



Docente: Amaury Camargo Benítez,

email: acamargoieelrecuerdo@gmail.com,

Cel: 3014063214

Para recordar:

- ✘ Diferencia: Resta entre dos expresiones matemáticas
- ✘ Cuadrado: elevado a la 2
- ✘ Cubo: elevado a la 3
- ✘ Polinomio: expresión algebraica con más de tres términos
- ✘ Factor común: Se dice que un polinomio tiene factor común cuando una misma cantidad, ya sea número o letra, se encuentra en todos los términos del polinomio.
- ✘ Término algebraico: es el producto de un factor numérico por una o más variables literales

*. Términos semejantes.

En una expresión algebraica se llaman términos semejantes a todos aquellos términos que tienen igual factor literal ; es decir, a aquellos términos que tienen iguales letras (símbolos literales) e iguales exponentes. $3x^2y$ no es término semejante con $4xy^2$ porque los exponentes no son iguales, están al revés.

Más ejemplos:

- ✘ $-5x^3y^4$ y $7y^4x^3$, son términos semejantes, ya que tienen la misma parte literal aunque en otro orden.
- ✘ $3a^2b^3c^5$ y $-3a^2b^2c^5$, **no** son términos semejantes, ya que el exponente de b es diferente para los dos casos.



Principales casos de factorización

Caso	Características y cuándo aplicarlo	Cómo realizar la factorización	Ejemplos
2	Factor Común por Agrupación de Términos	<p>Se forman grupos de igual número de términos, buscando que exista alguna familiaridad entre los términos agrupados (es decir, que tengan rasgos comunes).</p> <p>¡CUIDADO! Deben cambiarse los signos de los términos encerrados en el paréntesis si éste queda precedido por signo negativo.</p> <p>Se extrae factor común de cada grupo formado (es decir, aplicamos el caso 1 en cada expresión encerrada en paréntesis).</p> <p>Por último, se extrae factor común de toda la expresión (es decir, nuevamente se aplica el caso 1; en esta ocasión, el factor común es una expresión encerrada en paréntesis).</p>	<p>a). Factorizar : $px+mx + py + my$ Formamos grupos de dos términos; así: $px + mx + py + my = (px + mx) + (py + my)$ Extraemos factor común de cada grupo formado: $px + mx + py + my = x(p + m) + y(p + m)$ Por último, extraemos factor común de toda la expresión y se escribe: $px + mx + py + my = (p + m)(x + y)$</p> <p>b). Factorizar : $2ac - 5bd - 2a + 2ad + 5b - 5bc$ Reubicamos los términos para agruparlos (hay tres que tienen coeficiente 2 y otros tres que tienen coeficiente 5... ¡Eso es un rasgo común!): Agrupamos: $(2ac - 2a + 2ad) - (5bc - 5b + 5bd)$ Los tres primeros términos y los tres últimos: Los signos del segundo paréntesis cambiaron, ya que éste queda precedido de signo negativo. $2a(c - 1 + d) - 5b(c - 1 + d)$ Por último, extraemos factor común de toda la expresión: $2a(c - 1 + d) - 5b(c - 1 + d) = (c - 1 + d)(2a - 5b)$ Finalmente se escribe: $2ac - 5bd - 2a + 2ad + 5b - 5bc = (c - 1 + d)(2a - 5b)$</p>



Guía de trabajo semanas: 4 al 15 de mayo de 2020. Matemáticas, Grado 8°

	Caso	Características y cuándo aplicarlo	Cómo realizar la factorización	Ejemplos
3	Diferencia de Cuadrados Perfectos	<p>Se aplica solamente en binomios, donde el primer término es positivo y el segundo término es negativo. Se reconoce porque los coeficientes de los términos son números cuadrados perfectos (es decir números que tienen raíz cuadrada exacta, como 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, etc.) y los exponentes de las letras son cantidades pares (2, 4, 6, 8n, 10m, 16b, etc.)</p>	<p>Se extrae la raíz cuadrada de cada término: Al coeficiente se le extrae la raíz cuadrada normalmente (por ejemplo: $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{81} = 9$; $\sqrt{625} = 25$; etc.) y a las variables (letras), su exponente se divide entre 2 (por ejemplo: $\sqrt{x^2} = x$; $\sqrt{x^4y^6z^{10}} = x^2y^3z^5$; etc. Esto último se fundamenta en la propiedad de la radicación:</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ </div> <p>Se abren dos grupos de paréntesis (conectados entre sí por multiplicación). Las raíces cuadradas que se obtuvieron de cada término se anotan dentro de cada paréntesis: En el primero van sumando y en el segundo van restando (es decir, se obtiene el producto notable llamado SUMA POR DIFERENCIA).</p>	<p>Factorizar: $a^2 - b^2$ Extraemos la raíz cuadrada de cada término: $\sqrt{a^2} = a$; $\sqrt{b^2} = b$</p> <p>Entonces, la factorización queda así: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ o $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ Note que el orden de los factores no altera el resultado.</p> <p>Factorizar: $49x^4y^2 - 64w^{10}z^{14}$ Extraemos la raíz cuadrada de cada término: $\sqrt{49x^4y^2} = 7x^2y$; $\sqrt{64w^{10}z^{14}} = 8w^5z^7$</p> <p>Entonces, la factorización queda así: $49x^4y^2 - 64w^{10}z^{14} = (7x^2y + 8w^5z^7)(7x^2y - 8w^5z^7)$</p>



Actividades a presentar.

Los estudiantes presentarán resueltos

1. Los ejercicios: **3 y 4**, página 57 del texto guía..texto: Vamos a aprender Matemáticas; Libro del estudiante.
2. Los ejercicios: **6, 7 y 8**, página 58 del texto guía.

ASESORÍA:

En caso de tener dudas o no entiende algo sobre esta guía, comuníquese con el número que aparece en la parte de arriba”.

Dónde consultar...

1. En el texto guía (Libro del estudiante), página **53**.
2. Álgebra de Baldor, páginas **152**.

<http://bachilleratofacil.com/ebook/baldor.pdf>

2. <https://www.youtube.com/watch?v=eWy401KCj7c>

3. <https://www.youtube.com/watch?v=ZbIZDD1WAaQ>

4. <https://www.youtube.com/watch?v=tABhBMtBmSY>

Observación: Si no cuentas con el texto guía, (Libro del estudiante) en la siguiente dirección lo puedes descargar.

<https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/02/matematicas-8-vamos-a-aprender1.pdf>

Ejemplo 12

Para factorizar el polinomio $5x^2 + 6x + 1$ se puede proceder así:

- a. Se multiplica el polinomio por $\frac{5}{5}$. $\frac{5^2x^2 + 5(6x) + 5}{5}$
- b. Se expresa el numerador de la forma $y^2 + by + d$. $\frac{(5x)^2 + 6(5x) + 5}{5}$
- c. Se buscan p y q , tales que $pq = 5$ y $p + q = 6$. $p = 5$ y $q = 1$
- d. Se expresa el trinomio factorizado. $\frac{(5x+5)(5x+1)}{5}$
- e. Si es posible, se saca factor común. $\frac{5(x+1)(5x+1)}{5}$
- f. Se simplifica y se expresa el polinomio factorizado. $(x+1)(5x+1)$

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Factoriza las expresiones hallando el factor común.
 - a. $2x^2yz - 2xy^2z + 2x^2y^2 = \dots\dots\dots$
 - b. $8x^4 - 4x^3 + 6x^2 = \dots\dots\dots$
 - c. $2x^3 - 4x^4 + 2x^2 = \dots\dots\dots$
 - d. $5x^7 - 6x^6 + 3x^5 = \dots\dots\dots$
 - e. $5xy + 3x^2 - 2xy^2 = \dots\dots\dots$
 - f. $-15x^2ac^3 + 5xa^2c^2 = \dots\dots\dots$
 - g. $27a^3b^2c + 9ab^3c^2 = \dots\dots\dots$
 - h. $ax + x - 2a^2x^3 = \dots\dots\dots$
 - i. $abc + abc^2 = \dots\dots\dots$
 - j. $18ax + 9ay + 3a = \dots\dots\dots$

Razonamiento

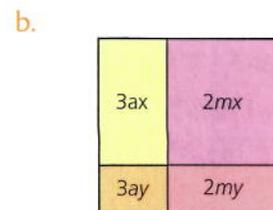
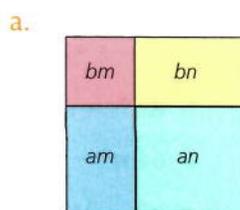
- 2 Encuentra los términos que faltan en la factorización de cada polinomio.
 - a. $4m^3n - 2mn + 6m = \dots (2m^2n - n + \dots)$
 - b. $3x^2y + 6x^2y^2 + 9x^2 = \dots (y + \dots + \dots)$
 - c. $4a^2 + \dots + 20a^2b^2 = 4a (\dots + 2b + \dots)$
 - d. $3mn^2 + 5m^2n^2 + 10m^3n^2 = \dots (3 + \dots + 10m^2)$
 - e. $\dots - 36ab + 6a = 2a (ab^2 - \dots + \dots)$
 - f. $14a^2x^2 - 7ax^3 + \dots = 7ax^2 (\dots - \dots + 4a)$
 - g. $4m^2 - 8m + 2 = \dots (2m^2 - \dots + \dots)$
 - h. $24a^2b^2 - 36ab + \dots = 6a (\dots - 6b + 1)$

Ejercitación

- 3 Factoriza por agrupación de términos.
 - a. $ac - ad + bc - bd$
 - b. $3ax - ay + 9bx - 3by$
 - c. $18mx - 6my + 54nx - 18ny$
 - d. $4ax + ay + 12x^2 + 3xy$
 - e. $3xy - 3xz + 3x - y + z - 1$
- 4 Une con una línea cada polinomio con su respectiva factorización.
 - a. $xy - 4x + y - 4$ $(a + 1)(x - 2y)$
 - b. $a(n + 2) + (n + 2)$ $(x + 1)(y - 4)$
 - c. $-5x(a + c) + 2y(a + c)$ $(2 - 3z)(3x - 2y)$
 - d. $6x - 4y + 6yz - 9xz$ $(n + 2)(a + 1)$
 - e. $x(a + 1) - 2y(a + 1)$ $(a + c)(2y - 5x)$

Razonamiento

- 5 Factoriza el área de cada rectángulo y encuentra los polinomios que representan la medida de sus lados.



Ejercitación

- 6 Completa la factorización de cada diferencia de cuadrados.

a. $x^2 - 16 = (x + \square)(x - \square)$
 b. $a^2 - 144 = (a + \square)(a - \square)$
 c. $n^2 - 49 = (n + \square)(n - \square)$
 d. $4a^2 - 100 = (2a + \square)(2a - \square)$
 e. $9x^2 - 16 = (3x + \square)(3x - \square)$
 f. $4m^2 - 81 = (2m + \square)(2m - \square)$

- 7 Factoriza las diferencias de cuadrados.

a. $16x^2 - 9y^2$ b. $144a^2 - 100b^2$
 c. $400n^2 - 169m^2$ d. $144 - 9a^2$
 e. $121 - x^4$ f. $4a^2b^4 - 121$
 g. $25a^{12} - 100a^4b^{10}$ h. $9a^2 - 4x^2y^2z^4$
 i. $225p^4 - 49a^4y^6z^8$ j. $144a^2m^6n^4 - 121x^{10}$
 k. $100m^2 - 81a^2b^4$ l. $144a^2m^6n^4 - 4x^2y^2z^4$

Razonamiento

- 8 Escribe el signo = o \neq según corresponda.

a. $36m^4n^2 - 81p^8 \square (6m^2n - 9p^4)(6m^2n + 9p^4)$
 b. $121x^2 - 100 \square (11x - 10)(11x + 10)$
 c. $49z^2 - 400j^6 \square (7z - 20j^3)(7z + 20j^3)$
 d. $q^2 - r^2 \square (2q - r)(2q + r)$
 e. $a^4b^2 - 16 \square (a^2b - 4)(a^2b + 4)$

Comunicación

- 9 Encuentra la expresión factorizada de cada binomio.

a. $x^3 + 216$ b. $a^3 + 8$
 c. $n^3 + 512$ d. $y^3 + 343$
 e. $m^3 + 1000$ f. $z^3 + 729$
 g. $x^3 - 64y^6$ h. $1 - 125a^9y^9$
 i. $1728x^6 - 343x^3y^{6z^{12}}$ j. $8x^{18} - 729y^3z^{15}$
 k. $27a^{21} - 1000b^3c^{12}$ l. $64m^9 - 216$
 m. $(9y^2)^3 - (4z)^3$ n. $n^3 - 343x^3$

Razonamiento

- 10 Indica para cuáles binomios $2 - x$ es un factor.

a. $8 - x^3$ b. $125 + x^3$
 c. $x^3 - 64$ d. $162 - 2x^3$

- 11 Indica para cuáles binomios $x + 3$ es un factor.

a. $x^2 + 9$ b. $x^4 - 81$
 c. $x^3 - 27$ d. $x^5 + 243$

- 12 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas

(V) o falsas (F). Justifica tus respuestas.

a. $512b^{18} + 1 = (8b^6 + 1)(64b^{12} - 8b^6 + 1)$
 b. $512b^{18} - 1 = (8b^6 + 1)(64b^{12} - 8b^6 + 1)$
 c. $216 + y^6 = (6 + y^2)(36y - 6y^2 + y^4)$
 d. $216 - y^6 = (6 - y^2)(36 + 6y^2 + y^4)$

Ejercitación

- 13 Factoriza las expresiones dadas.

a. $x^8 - y^4$ b. $x^7 + 128$
 c. $a^3 - b^3$ d. $m^5 - n^5$
 e. $o^6 + 64q^6$ f. $32 - a^5$
 g. $343c^3 - 27z^3$ h. $64 + m^3$
 i. $o^6 - 64q^6$ j. $a^2 - b^2$
 k. $1 - z^3$ l. $8t^3 + 64$
 m. $x^{10} - 1$ n. $x^{15} + y^{15}$
 ñ. $16x^4 + 81y^4$ o. $3125 - a^5$

Razonamiento

- 14 Analiza y escribe si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica tus respuestas.

a. La suma de potencias con exponente par siempre es factorizable. ()
 b. La diferencia de potencias con exponente impar solo es factorizable cuando los exponentes son múltiplos de 3. ()
 c. La suma de potencias con exponente par no es factorizable. ()
 d. La diferencia de potencias con cualquier exponente es factorizable. ()

CASO IV

DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

141 En los productos notables (89) se vio que la suma de dos cantidades multiplicadas por su diferencia es igual al cuadrado del minuendo menos el cuadrado del sustraendo, o sea, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; luego, recíprocamente,

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Podemos, pues, enunciar la siguiente:

142 REGLA PARA FACTORAR UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo y se multiplica la suma de estas raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

- (1) Factorar $1 - a^2$.

La raíz cuadrada de 1 es 1; la raíz cuadrada de a^2 es a . Multiplico la suma de estas raíces $(1 + a)$ por la diferencia $(1 - a)$ y tendremos:

$$1 - a^2 = (1 + a)(1 - a). \quad R.$$

- (2) Descomponer $16x^2 - 25y^4$.

La raíz cuadrada de $16x^2$ es $4x$; la raíz cuadrada de $25y^4$ es $5y^2$. Multiplico la suma de estas raíces $(4x + 5y^2)$ por su diferencia $(4x - 5y^2)$ y tendremos:

$$16x^2 - 25y^4 = (4x + 5y^2)(4x - 5y^2). \quad R.$$

- (3) Factorar $49x^2y^6z^{10} - a^{12}$.

$$49x^2y^6z^{10} - a^{12} = (7xy^3z^5 + a^6)(7xy^3z^5 - a^6). \quad R.$$

- (4) Decomponer $\frac{a^2}{4} - \frac{b^4}{9}$.

La raíz cuadrada de $\frac{a^2}{4}$ es $\frac{a}{2}$ y la raíz cuadrada de $\frac{b^4}{9}$ es $\frac{b^2}{3}$. Tendremos:

$$\frac{a^2}{4} - \frac{b^4}{9} = \left(\frac{a}{2} + \frac{b^2}{3}\right)\left(\frac{a}{2} - \frac{b^2}{3}\right). \quad R.$$

- (5) Factorar $a^{2n} - 9b^{4m}$

$$a^{2n} - 9b^{4m} = (a^n + 3b^{2m})(a^n - 3b^{2m}). \quad R.$$

 EJERCICIO 93

Factorar o descomponer en dos factores:

1. $x^2 - y^2$.

8. $1 - y^2$.

15. $a^{10} - 49b^{12}$.

2. $a^2 - 1$.

9. $4a^2 - 9$.

16. $25x^2y^4 - 121$.

3. $a^2 - 4$.

10. $25 - 36x^4$.

17. $100m^2n^4 - 169y^6$.

4. $9 - b^2$.

11. $1 - 49a^2b^2$.

18. $a^2m^4n^6 - 144$.

5. $1 - 4m^2$.

12. $4x^2 - 81y^4$.

19. $196x^2y^4 - 225z^{12}$.

6. $16 - n^2$.

13. $a^2b^8 - c^2$.

20. $256a^{12} - 289b^4m^{10}$.

7. $a^2 - 25$.

14. $100 - x^2y^6$.

21. $1 - 9a^2b^4c^6d^8$.