



Docente: Amaury Camargo Benítez,

email: acamargoieelrecuerdo@gmail.com

En esta oportunidad haremos un recuento de las medidas de tendencia central (media, moda y mediana) para datos agrupados

Media Aritmética para datos agrupados

La media aritmética o promedio para datos agrupados se consigue con la fórmula

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i f_i}{N} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots}{N}$$

Donde x_1, x_2, \dots representan las observaciones y f_1, f_2, \dots son las frecuencias o número de veces que se repite un dato.

Mediana para datos agrupados

La mediana es el valor central que se localiza en una serie ordenada de datos.

La mediana para datos agrupados se consigue con la fórmula

$$M_e = L_i + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot a_i$$

Moda para datos agrupados

En la estadística, la moda es «el valor de la variable que más se repite» o «aquel valor que presenta la máxima frecuencia». ... El intervalo modal es el de mayor frecuencia absoluta. Cuando tratamos con datos agrupados antes de definir la moda, se ha de definir el intervalo modal.

> ¿En una serie de datos puede haber más de una moda?

→ **Si.** Sí se tiene dos o más valores con la misma frecuencia máxima, la distribución puede ser multimodal.

> ¿En una serie de datos puede no existir la moda?

→ **Si.** Si no hay un valor que se repita más veces que los otros, no existe la moda.

La moda se consigue con la fórmula

$$M_o = L_i + \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) \cdot a_i$$

Observación: Antes de resolver ejercicios sobre **Media, Mediana y Moda** para datos agrupados se aclarará que significa cada una de las variables que se utilizan en las fórmulas.

- N = Número total de datos
- f_i = Frecuencia absoluta del intervalo de la clase modal o mediana
- f_{i-1} = Frecuencia absoluta del intervalo anterior en el que se encuentra la moda o mediana
- f_{i+1} = Frecuencia absoluta del intervalo siguiente en el que se encuentra la moda o mediana
- F_i = Frecuencia absoluta acumulada
- F_{i-1} = Frecuencia absoluta acumulada anterior a la clase modal o mediana
- $[L_i - L_s]$ = Es el intervalo modal o mediano
- L_i = Límite inferior del intervalo que contiene a la moda o mediana
- a_i = Amplitud del intervalo de la clase mediana o modal, se consigue con la fórmula. $a_i = L_s - L_i$
- m_c = marca de clase, se consigue para cada intervalo con la fórmula : $m_c = \frac{L_i + L_s}{2}$

.....
Ejemplo : Encontrar la media, la Moda y la Mediana de la siguiente distribución:

Intervalos	Frecuencia absoluta
[0 – 4)	3
[4 – 8)	5
[8 – 12)	6
[12 – 16)	4
[16 – 20)	3
Total	21

Solución:

Antes de proceder a los cálculos, es necesario agregar otras columnas a la tabla de distribución que nos presentan. Estas columnas serán para las marcas de clase (m_c), frecuencias absolutas acumuladas (F_i) y producto de las marcas de clase con las frecuencias absolutas ($m_c \cdot f_i$). De modo que la nueva tabla de distribución queda así:

$[L_i - l_s]$	m_c	f_i	F_i	$m_c \cdot f_i$
[0 – 4)	2	3	3	$2 \cdot 3 = 6$
[4 – 8)	6	5	8	$6 \cdot 5 = 30$
[8 – 12)	10	6	14	$10 \cdot 6 = 60$
[12 – 16)	14	4	18	$14 \cdot 4 = 56$
[16 – 20)	18	3	21	$18 \cdot 3 = 54$
Total		21		206

1) Calculamos la media dividiendo la suma de valores de la columna $m_c \cdot f_i$ entre N , así:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i f_i}{N} = \frac{206}{21} = 9,81$$

.....

2) Para calcular el valor de la mediana, seguimos los 2 pasos.

a) Primero encontramos el intervalo en el cual se encuentra la mediana usando la fórmula:

$$\triangleright \text{Posición} = \frac{N}{2} = \frac{21}{2} = 10,5 \mapsto 11 \text{ (se aproxima a 11)}$$

Este valor (11), lo buscamos en la columna de frecuencias acumuladas. **Si no aparece, tomamos el valor que sigue.** Como vemos, (11) no está dentro de las frecuencias acumuladas, luego tomamos el siguiente número, es decir, (14). Por lo tanto, la mediana se ubica en el intervalo [8 – 12).

b) Ahora, aplicamos la fórmula de la mediana con los valores del intervalo mediano:

$$M_e = L_i + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot a_i$$
$$M_e = 8 + \left(\frac{\frac{21}{2} - 8}{6} \right) \cdot 4 = 8 + \left(\frac{10,5 - 8}{6} \right) \cdot 4$$
$$M_e = 8 + \left(\frac{2,5}{6} \right) \cdot 4 = 9,667$$

Donde:

- $\triangleright M_e =$ Mediana
 - \triangleright Intervalo que contiene a la mediana es: [8 – 12)
 - $\triangleright L_i =$ Límite inferior del intervalo que contiene a la mediana: ($L_i = 8$)
 - $\triangleright f_i =$ Frecuencia absoluta del intervalo de la clase mediana: ($f_i = 6$)
 - $\triangleright N =$ Número total de datos: (21)
 - $\triangleright F_{i-1} =$ Frecuencia acumulada anterior a la clase mediana: ($F_{i-1} = 8$)
 - $\triangleright a_i =$ Amplitud del intervalo de la clase mediana: ($a_i = 12 - 8 = 4$)
-

3) Para estimar el valor de la moda, seguimos los 2 pasos.

a) Encontrar el intervalo en el cual se encuentra la moda, que es el intervalo con mayor frecuencia absoluta.

b) Usar la fórmula $M_o = L_i + \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) \cdot a_i$ para estimar el valor de la moda:

Primero, encontramos el intervalo en el cual se encuentra la moda, es decir, el intervalo con mayor frecuencia absoluta.

- \triangleright El intervalo [8 – 12)., tiene la mayor frecuencia absoluta ($f_i = 6$), por lo tanto en él se encuentra la moda.

2) Ahora, aplicamos la fórmula de la mediana con los valores del intervalo mediano:

$$M_o = L_i + \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) \cdot a_i$$

$$M_o = 8 + \left(\frac{6 - 5}{(6 - 5) + (6 - 4)} \right) \cdot 4$$

$$M_o = 8 + \left(\frac{1}{3} \right) \cdot 4 = 9,33$$

Donde:

- > Intervalo que contiene a la moda es: [8 – 12)
- > L_i = Límite inferior del intervalo que contiene a la moda: ($L_i = 8$)
- > f_i = Frecuencia absoluta del intervalo de la clase modal: ($f_i = 6$)
- > f_{i-1} = Frecuencia absoluta del intervalo anterior en el que se encuentra la moda ($f_{i-1} = 5$)
- > f_{i+1} = Frecuencia absoluta del intervalo siguiente en el que se encuentra la moda ($f_{i+1} = 4$)
- > a_i = Amplitud del intervalo de la clase mediana: ($a_i = 12 - 8 = 4$)

Actividades a presentar.

1. Calcular la media, la mediana y la moda para cada una de las distribuciones de frecuencias que se dan a continuación.

A)

Intervalos	Frecuencia absoluta
[0 – 4)	2
[4 – 8)	5
[8 – 12)	3
[12 – 16)	5
[16 – 20)	6
Total	21

B)

Intervalos	Frecuencia absoluta
[0 – 1)	8
[1 – 2)	12
[2 – 3)	9
[3 – 4)	2
[4 – 5)	4
Total	35

C)

Intervalos	Frecuencia absoluta
[600 – 900)	8
[900 – 1200)	12
[1200 – 1500)	20
[1500 – 1800)	14
[1800 – 2100)	6
Total	60

ASESORÍA:

Dónde consultar...

1. En el texto guía (Libro del estudiante).

<https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/02/matematicas-8-vamos-a-aprender1.pdf>