



Docente: Amaury Camargo Benítez,

email: acamargoieelrecuerdo@gmail.com

Productos Notables

Características:

Tanto en la multiplicación algebraica como en la aritmética se sigue un algoritmo cuyos pasos conducen al resultado. Sin embargo, existen productos algebraicos que responden a una regla cuya aplicación simplifica la obtención del resultado. Estos productos reciben el nombre de productos notables.

◆ Se llaman productos notables a ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin efectuar la multiplicación término a término. A continuación se describen los más importantes.

- > Cuadrado de un binomio
- > Producto de dos binomios conjugados
- > Cubo de un binomio
- > Suma y resta de cubos

Cuadrado de un Binomio. Se trata del producto de un binomio por sí mismo.

- ◆ "El cuadrado del binomio $(x + y)$, es igual al cuadrado del primer término más el doble del producto de los términos más el cuadrado del segundo término", es decir, $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- ◆ "El cuadrado de un binomio $(x - y)$, es igual al cuadrado del primer término menos el doble del producto de los términos más el cuadrado del segundo término", es decir, $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

En las fórmulas anteriores x y y pueden ser cualquier expresión algebraica y tener cualquier signo. Por lo tanto, segunda la fórmula es un caso particular de la primera.

Ejercicios

Escribir el resultado de cada producto, siguiendo las indicaciones de las fórmulas anteriores:

1. $(x + 3)^2 = (x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2 = x^2 + 6x + 9$

2. $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(3y) + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

3. $(3m - 3n)^2 = (3m)^2 - 2(3m)(3n) + (3n)^2 = 9m^2 - 18mn + 9n^2$

4. $(ab + 3)^2 = (ab)^2 + 2(ab)(3) + (3)^2 = a^2b^2 + 6ab + 9$

Producto de dos binomios conjugados. Dos binomios son conjugados si difieren sólo por el signo de uno de sus términos.

Por ejemplo, son binomios conjugados:

a) $(x + y)$ y $(x - y)$

b) $(3x + 5y)$ y $(3x - 5y)$

c) $(4xy + 5z)$ y $(4xy - 5z)$

Al efectuar el producto de un binomio $(x + y)$ por su conjugado $(x - y)$, se tiene:

◆ $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$, de igual manera, $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$

El producto de dos binomios conjugados es igual a la diferencia de los cuadrados de sus términos.

Note además, que el orden de cada binomio no importa y siempre prevalece el signo menos $(-)$ en el resultado.

Ejercicios

Escribir el resultado de cada producto, siguiendo las indicaciones de la fórmula anterior:

1. $(3x + 5y)(3x - 5y) = (3x)^2 - (5y)^2 = 9x^2 - 25y^2$

2. $(3ab - 4xy)(3ab + 4xy) = (3ab)^2 - (4xy)^2 = 9a^2b^2 - 16x^2y^2$

3. $(3x^2 + 5y^3)(3x^2 - 5y^3) = (3x^2)^2 - (5y^3)^2 = 9x^{2 \cdot 2} - 25y^{3 \cdot 2} = 9x^4 - 25y^6$

4. $(3x^2y + 10)(3x^2y - 10) = (3x^2y)^2 - (10)^2 = 9x^4 - 100$

Cubo de un Binomio.

◆ Cubo de la suma

➤ $(x + y)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(y) + 3(x)(y)^2 + (y)^3$

◆ Cubo de la diferencia

➤ $(x - y)^3 = (x)^3 - 3(x)^2(y) + 3(x)(y)^2 - (y)^3$

Considerando lo anterior, se aprecia que el desarrollo del cubo de la suma de dos términos es igual al cubo del primer término más el triple del cuadrado del primer término por el segundo más el triple del primer término por el cuadrado del segundo más el cubo del segundo término.

Se nota también que el desarrollo del cubo de la diferencia difiere del cubo de la suma solo en el orden de los signos, es decir, mientras en el cubo de la suma todos los términos del resultado son positivos, en el cubo de la diferencia los términos del resultado tienen signos intercalados $+, -, +, -$

Ejercicios Observe el desarrollo de los siguientes ejercicios:

1) $(2x + 3)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(3) + 3(2x)(3)^2 + (3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

Note que:

◆ $(2x)^3 = 2x \cdot 2x \cdot 2x = 8x^3$

◆ $3(2x)(3)^2 = 3 \cdot 2x \cdot 3 \cdot 3 = 54x$

◆ $3(2x)^2(3) = 3 \cdot 2x \cdot 2x \cdot 3 = 36x^2$

◆ $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Guía de trabajo N° 6. Julio 21 a julio 31, Matemáticas, Grado 8°

$$2) (x + 3y)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(3y) + 3(x)(3y)^2 + (3y)^3 = x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3$$

Note que:

$$\blacklozenge 3(x)^2(3y) = 3 \cdot x \cdot x \cdot 3y = 9x^2y$$

$$\blacklozenge (3y)^3 = 3y \cdot 3y \cdot 3y = 27y^3$$

$$\blacklozenge 3(x)(3y)^2 = 3 \cdot x \cdot 3y \cdot 3y = 27xy^2$$

$$3) (5a - 3b)^3 = (5a)^3 - 3(5a)^2(3b) + 3(5a)(3b)^2 - (3b)^3 = 125a^3 - 225a^2b + 135ab^2 - 27b^3$$

Note que:

$$\blacklozenge (5a)^3 = 5a \cdot 5a \cdot 5a = 125a^3$$

$$\blacklozenge 3(5a)(3b)^2 = 3 \cdot 5a \cdot 3b \cdot 3b = 135ab^2$$

$$\blacklozenge 3(5a)^2(3b) = 3 \cdot 5a \cdot 5a \cdot 3b = 225a^2b$$

$$\blacklozenge (3b)^3 = 3b \cdot 3b \cdot 3b = 27b^3$$

Actividades a presentar.

Los estudiantes presentarán resueltos los siguientes ejercicios

1. $(2x + 8y)^3$

4. $(2xy + z)^3$

7. $(2ax + 5by)^3$

2. $(3m - 4n)^3$

5. $(3x - 2yz)^3$

8. $(2x^2 + 7y)^3$

3. $(7a - 6b)^3$

6. $(5p + 6q)^3$

9. $(5x - 5y^2)^3$

ASESORÍA:

En caso de tener dudas o no entienda algo sobre esta guía, comuníquese con el número que aparece en la parte superior de esta guía.

Dónde consultar...

1. El profesor se compromete a subir a los determinados grupos de whatsapp los vídeos que sean necesarios para ayudar a comprender la temática a estudiar.

.<https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/02/matematicas-8-vamos-a-aprender1.pdf>