	INSTITUCIÓN EDUCATIVA “EL RECUERDO” Resolución de Aprobación de Carácter Oficial No. 0143 de 2017 en los niveles de Preescolar, Básica y Media Académica DANE. 123001800064 NIT. 901048820-9	Fecha

Guía de trabajo del área: Matemáticas – Guía 5	**Grado:** 9A - 9B

Nombre del docente 9A: Ureliano Peñata **email:** upenataieelrecuerdo@gmail.com **Celular:** 3135276620
Nombre del docente 9B: Rosa Cano **email:** rcanoieelrecuerdo@gmail.com **Celular:** 3105679770

TEMAS Y/O SABER	DBA (APRENDIZAJES)
✓ **Logaritmo de un número real**	**DBA 1: Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas.**

**********Nota: Transcribe todo el contenido de la guía en tu cuaderno**********

SABERES PREVIOS

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas veces tendrías que multiplicar el 2 para obtener el 8 como resultado?
2. ¿Cómo expresarías de forma abreviada la operación?
3. Identifica los elementos de la potenciación y plantea la situación como una ecuación

APRENDAMOS

LOGARITMO DE UN NÚMERO REAL

Analiza el siguiente ejercicio:
El oído es sensible a una amplia variedad de intensidades de sonido. El nivel de intensidad B, medido en decibeles (dB), se define como:

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0},$$

dónde *I* es la intensidad del sonido medida en vatios por metro cuadrado (W/m^2) y I_0 es la menor intensidad del sonido que puede detectar un oído humano: 10^{-12} *W*/m^2.

Encuentra el nivel de intensidad de una turbina de avión durante el despegue si la intensidad es 100*W*/m^2.

El nivel de intensidad B de una turbina de avión durante el despegue, si la intensidad es 100 W/m^2, se obtiene sustituyendo este valor y el de I_0 en la fórmula de nivel de intensidad, así:

$$B = 10 \log \frac{10^2}{10^{-12}} = 10 \log 10^{14} = 140 \text{ dB}$$

Por lo tanto, el nivel de intensidad es 140 dB.

El logaritmo de un número x de base a es un número y al cual se eleva la base a para obtener la potencia x, es decir:

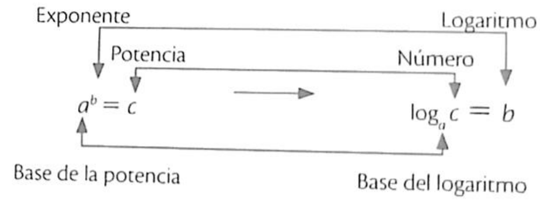
$$\log_a x = y \quad \text{si y solo si} \quad a^y = x, \quad \text{con } a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

Si en la expresión "log" no aparece el número que señala la base, significa que el logaritmo es en base 10.

Otra definición de logaritmo puede ser:

Dados dos números reales positivos, **a** y **b** (**a≠1**), llamamos logaritmo en base **a** de **b** al número al que hay que elevar a para obtener **b**.

La definición anterior indica que:
log$_a$b=c equivale a **ac = b**



Ejemplo 1

Al calcular los logaritmos $\log_5 125$, $\log 100\,000$ y $\log_4 \frac{1}{64}$ se obtiene que:

- $\log_5 125 = 3$, porque $5^3 = 125$
- $\log 100\,000 = 5$, porque $10^5 = 100\,000$
- $\log_4 \frac{1}{64} = -3$, porque $4^{-3} = \frac{1}{64}$

Revisa los ejercicios que se presentan a continuación, identifica los errores y escríbelos correctamente en el recuadro de la derecha:

$\log_2 128 = 7 \leftrightarrow 2^2 = 1$

$\log_3 \frac{1}{243} = -4 \leftrightarrow 3^{-4} =$

$\log_{1/2} 8 = \leftrightarrow (1/2)^{-3} =$

$\log_{1/2} \frac{1}{9} = 2 \leftrightarrow (1/3)^2 =$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

Para todo $a, x, y \in \mathbb{R}^+$ se verifican las **propiedades de los logaritmos**, definidas en la Tabla 1.14 .

Propiedad	Ejemplos
$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$	$\log_3 9 \cdot 81 = \log_3 9 + \log_3 81$
$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$	$\log_5 \frac{5}{125} = \log_5 5 - \log_5 125$
$\log_a x^y = y \cdot \log_a x$	$\log_7 343^5 = 5 \cdot \log_7 343$
$\log_a 1 = 0$, (para $a \neq 0$)	$\log_{18} 1 = 0$
$\log_a a = 1$	$\log_{15} 15 = 1$

Tabla 1.14

Ejemplo 2

Si $\log 2 = 0{,}3$, halla los logaritmos decimales de 20; 5 y 0,2.

Se escriben los números en función de potencias de 2 y de 10 (la base):

- $\log 20 = \log(2 \cdot 10) = \log(2) + \log(10) = 0{,}3 + 1 = 1{,}3$
- $\log 5 = \log(10 \div 2) = \log(10) - \log(2) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$
- $\log 0{,}2 = \log(2 \div 10) = \log(2) - \log(10) = 0{,}3 - 1 = -0{,}7$

LOGARITMO NATURAL

El logaritmo de base e se llama **logaritmo natural** y se denota con ln. Es decir, $\log_e x = \ln x$, donde e es el número irracional trascendente 2,718281..., también llamado constante de Euler o constante de Napier.

Ejemplo 3:

Para cambiar ln20 a base 10 se aplica la fórmula, así:

$$\ln 20 = \frac{\log 20}{\log e} \approx 2{,}996$$

En la calculadora solo es posible obtener resultados de logaritmos en base 10 y e; por ello, es necesario primero **cambiar la base de un logaritmo** a estas bases.

CAMBIO DE BASE

Para cambiar la base de un logaritmo se utiliza la siguiente fórmula:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Ejemplo 4:

Para calcular $\log_2 15$, se escribe en función de logaritmos en base 10. Llamando b al logaritmo buscado, se tiene que:

$$b = \log_2 15 \text{ si y solo si } 2^b = 15$$

- Se calcula el logaritmo decimal de ambos lados de la igualdad y se aplican las propiedades de los logaritmos. Entonces:

$$\log 2^b = \log 15 \qquad b \cdot \log 2 = \log 15 \qquad \log_2 15 \cdot \log 2 = \log 15$$

- Se despeja y se hacen los cálculos correspondientes, así:

$$\log_2 15 = \frac{\log 15}{\log 2} = \frac{1{,}176}{0{,}301} = 3{,}907$$

Ejemplo 5:

El cambio de base del $\log_5 345$ a base 10 y e se muestra en la Tabla 1.15.

A base 10	A base *e*
$\log_5 345 = \frac{\log 345}{\log 5} \approx 3{,}6308$	$\log_5 345 = \frac{\ln 345}{\ln 5} \approx 3{,}6308$

Tabla 1.15

Se observa que el resultado aproximado de $\log_5 345$ es 3,6308.

"ASESORIA: si tiene alguna duda o no entiende algo sobre esta guía, comuníquese con el número que aparece en la parte de arriba

APRENDAMOS

Ejercitación

1 Expresa cada logaritmo en forma exponencial.

a. $\ln(x-1) = 4$ b. $\ln y = 5$

c. $\log_8 4 = \frac{2}{3}$ d. $\log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -3$

e. $\log_5 1 = 0$ f. $\log_{10} 0{,}1 = -1$

2 Escribe cada potencia en forma logarítmica.

a. $e^{0.5x} = t$ b. $10^{-4} = 0{,}0001$

c. $81^{1/2} = 9$ d. $4^{-3/2} = 0{,}125$

e. $8^{-1} = \frac{1}{8}$ f. $2^{-3} = \frac{1}{8}$

3 Halla el valor de cada logaritmo.

a. $\log_9 9$ b. $\log_4 64$

c. $\log_5 5^4$ d. $\log_3 3^2$

e. $\log_3 1$ f. $\log_3 3$

4 Aplica las propiedades de los logaritmos para simplificar cada expresión logarítmica.

a. $\log 12 + \frac{1}{2}\log 7 - \log 2$

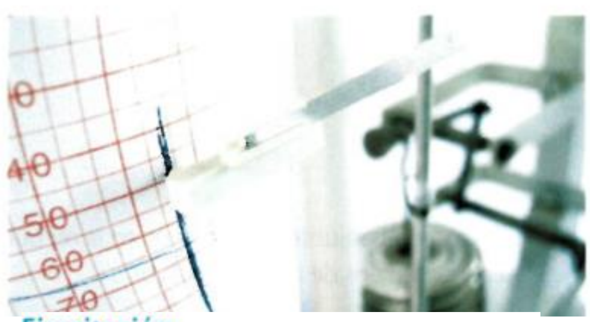
b. $\log_3 5 + 5\log_3 2$

c. $\log_a b + c\log_a d - r\log_a s$

d. $\log_2 A + \log_2 B - 2\log_2 C$

e. $2(\log_5 x + 2\log_5 y - 3\log_5 z)$

6 La magnitud de un terremoto según la escala de Richter se determina por $M = \log\frac{I}{S}$, donde I es la intensidad y S, la intensidad estándar. Si un sismo tiene $M = 6{,}5$, ¿cuál es la magnitud de otro sismo con intensidad 35 veces mayor?



Ejercitación

9 Halla los siguientes logaritmos.

a. $\log_2 64$ b. $\log_3 81$

c. $\log_8 64$ d. $\log_4 0{,}25$

e. $\log_2(-16)$ f. $\log_5 1$

g. $\log_2 50$ h. $\log_2 14$

10 Encuentra el valor de cada logaritmo.

a. $\log_2 17$ b. $\log_3 12$

c. $\log_5 10$ d. $\log_2(x \cdot y)$

e. $\log_3(2^5)$ f. $\log_5 12$

g. $\log_2(x^2 \cdot y^3)$ h. $\log_2(x^2 \div y^3)$

i. $\log_3 27$ j. $\log_2(x^{2n})$