



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA “EL RECUERDO”**  
Resolución de Aprobación de Carácter Oficial No. 0143 de 2017 en  
los niveles de Preescolar, Básica y Media Académica  
DANE. 123001800064 NIT. 901048820-9

Fecha

<b>Guía de trabajo del área:</b> Matemáticas – Guía 4	<b>Grado:</b> 11A
<b>Nombre del docente 9B:</b> Rosa Cano	<b>email:</b> rcanoieelrecuerdo@gmail.com <b>Celular:</b> 3105679770
<b>TEMAS Y/O SABER</b>	<b>DBA (APRENDIZAJES)</b>
✓ <b>Inecuaciones y valor absoluto</b>	<b>DBA 2:</b> justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen con inecuaciones.

\*\*\*\*\***Nota: Transcribe todo el contenido de la guía en tu cuaderno**\*\*\*\*\*

### SABERES PREVIOS

¿Cuáles números sobre la recta numérica están a 7 unidades del número 8?. Resuelve la pregunta planteada y representa la solución de manera gráfica.

### APRENDAMOS

#### INECUACIONES LINEALES

Una **INECUACIÓN** es una desigualdad en la que hay una o más cantidades desconocidas incógnitas y que sólo se verifica para determinados valores de las incógnitas. Las inecuaciones se llaman también desigualdades de condición.

**Ejemplo:** La desigualdad  $2x - 3 > x + 5$  es una inecuación porque tiene la incógnita  $x$  y sólo se verifica para cualquier valor de  $x$  mayor que 8. En efecto para  $x = 8$  se convertiría en igualdad y para  $x < 8$  se convertiría en una desigualdad de signo contrario.

**INECUACIÓN LINEAL:** Corresponde a una desigualdad que tiene por lo menos una incógnita con exponente uno.

Cuando se plantea una inecuación lineal puede ocurrir que uno ninguno o varios valores satisfacen la desigualdad. Encontrar dichos valores consiste en resolver la inecuación y para ello, se aplican las propiedades de las desigualdades y los procesos algebraicos empleados en el despeje de ecuaciones.

**Ejemplo:** Una persona que toma un taxi debe pagar \$2000 por el arranque de la carrera y \$0,8 por cada metro recorrido. Si la persona tiene \$12000 escribe la expresión que muestre cuántos metros puede avanzar como máximo en su recorrido con ese dinero.

Por el hecho de subirse al taxi, la persona debe pagar \$2000, y si se llama  $x$  a la cantidad máxima de metros que puede avanzar con el dinero que tiene, entonces la expresión buscada es  $2000 + 0,8x \leq 12000$ . Esta expresión es una desigualdad que contiene una incógnita con exponente 1, por lo tanto corresponde a una inecuación lineal.

Para saber cuántos metros puede avanzar como máximo la persona, se debe resolver la ecuación  $2000 + 0,8x \leq 12000$  así:

$$\begin{array}{l}
 2000 - 2000 + 0,8x \leq 12000 - 2000 \quad \leftarrow \text{Se resta 2000 a ambos lados de la inecuación.} \\
 0,8x \leq 10000 \quad \leftarrow \text{Se reducen términos semejantes.} \\
 x \leq 12500 \quad \leftarrow \text{Se dividen ambos lados de la inecuación entre 0,8.}
 \end{array}$$

Por tanto, la persona puede avanzar máximo 12500 m, que son 12,5 km, con el dinero que tiene. La solución se puede escribir  $(-\infty; 12,5]$ ; en este problema, no tiene sentido hablar de distancias negativas, así que la solución real es  $[0; 12,5]$ .

#### INECUACIONES CUADRÁTICAS

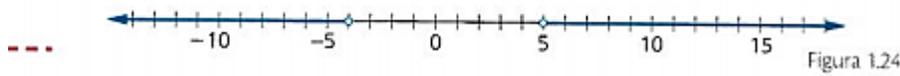
Una inecuación cuadrática es de la forma  $ax^2 + bx + c < 0$ , u otra expresión de la forma anterior, que incluya algunos de los otros símbolos de desigualdad ( $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ).

Para resolver la inecuación  $x^2 - x - 20 > 0$ , se aplican los siguientes pasos:

- Se iguala el polinomio cuadrático  $x^2 - x - 20$  a cero y se obtienen las raíces de la ecuación de segundo grado usando la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-20)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

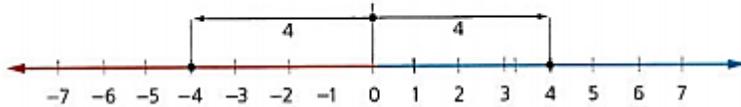
2. Se representan esos valores en la recta real, se toma un punto de cada uno de los tres intervalos en los que queda dividida la recta y se evalúa el polinomio  $x^2 - x - 20$  con estos. La solución  $S$  está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que definen los resultados de la evaluación que satisfacen la desigualdad. En este caso, la solución es:  $S = (-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$ .



## VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número real representa la distancia que hay de ese número a cero. El valor absoluto de  $a$ , se denota  $|a|$ .

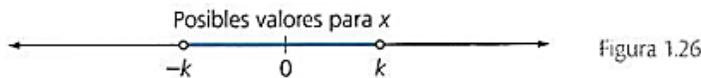
La distancia de  $-4$  y de  $4$  a cero es la misma, así que  $|-4| = |4| = 4$ , como se observa en la Figura 1.25.



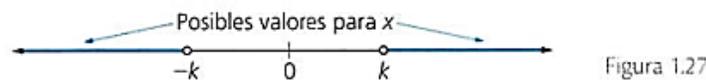
## PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto cumple las siguientes **propiedades** para  $a$  y  $b$  números reales.

1.  $|a| \geq 0$
2.  $|a| = 0$  si y solo si  $a = 0$
3.  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
4.  $|a + b| \leq |a| + |b|$
5.  $|-a| = |a|$
6.  $|a - b| = 0$  si y solo si  $a = b$
7.  $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$  si  $b \neq 0$
8.  $|x|^2 = x^2$
9. Para  $k$ , un número real positivo,  $|x| < k$  si y solo si  $-k < x < k$ .



10. Para  $k$ , un número real positivo,  $|x| > k$  si y solo si  $x > k$  o  $x < -k$ .



### Ejemplo 1:

Si  $a = -4$  y  $b = 6$ , se verifican las siguientes propiedades:

3.  $|(-4) \cdot (6)| = |-4| \cdot |6| = 4 \cdot 6 = 24$
4.  $|-4 + 6| < |-4| + |6|$  ya que  $2 < 4 + 6$
5.  $|-4| = |4|$  y  $|-6| = |6|$
7.  $\left|\frac{-4}{6}\right| = \frac{|-4|}{|6|} = \frac{4}{6}$
8.  $|-4|^2 = 4^2$  y  $|6|^2 = 6^2$

### Ejemplo 2:

Existen inecuaciones con valor absoluto como  $|x - 4| > 12$  y para saber cuáles valores de  $x$  la satisfacen se aplica la propiedad 10, ya que  $12 > 0$ . Con dicha propiedad se obtiene que  $x - 4 > 12$  o  $x - 4 < -12$ . De donde  $x > 16$  o  $x < -8$ .

## INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Para resolver una inecuación con valor absoluto, se deben aplicar las propiedades del valor absoluto, de manera conveniente.

### Ejemplo 1:

La inecuación  $|x - 3| < 4$  se resuelve al aplicar la propiedad 9 del valor absoluto, ya que  $4 > 0$ . Con base en ella,  $-4 < x - 3 < 4$  y para resolverla se adiciona 3 a cada miembro de la inecuación:  
 $-4 + 3 < x - 3 + 3 < 4 + 3$ , de lo cual  $-1 < x < 7$ .

Así, la solución de la inecuación  $|x - 3| < 4$  es el intervalo abierto  $(-1, 7)$ .

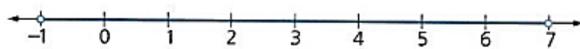


Figura 1.28

Si se toma el punto  $x = 8$ , que no está en el intervalo de la solución, se tiene  $|8 - 3| = 5$  que no es menor que 4, mientras que para  $x = 0$  se cumple que  $|0 - 3| < 4$ , por hacer parte de la solución, como se ve en la Figura 1.28.

Con base en lo anterior, si se toma cualquier valor en el intervalo solución, la inecuación se cumple mientras que para un valor fuera de este, no se satisface.

**Ejemplo 2:**

Para resolver la inecuación  $|3x + 5| > 8$  se aplica la propiedad 10 del valor absoluto, en cuanto que  $8 > 0$ .

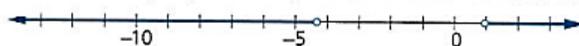
De ello se tiene que:  $3x + 5 > 8$  o  $3x + 5 < -8$ .

Al resolver la primera inecuación la solución es  $x > 1$ , es decir, cualquier valor en el intervalo  $(1, +\infty)$ ; en tanto que la solución de  $3x + 5 < -8$  es  $x < -\frac{13}{3}$  o sea el intervalo  $(-\infty, -\frac{13}{3})$

Con esto, la solución de la inecuación  $|3x + 5| > 8$  es

$$S = \left(-\infty, -\frac{13}{3}\right) \cup (1, +\infty).$$

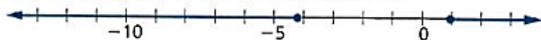
La "o" que se usa en la propiedad 10, indica la unión de dos conjuntos.



**Ejemplo 3:**

La solución de la inecuación  $|3x + 5| \geq 8$  incluye los valores extremos que no fueron incluidos en la inecuación del Ejemplo 7.

Así, la solución de  $|3x + 5| \geq 8$  es el conjunto  $S = \left(-\infty, -\frac{13}{3}\right] \cup [1, +\infty)$ , ya que los valores extremos satisfacen la inecuación.



**PRACTIQUEMOS**

**1** Resuelve cada inecuación lineal. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

- a.  $3x < 8$                       b.  $9x + 3 > 12$
- c.  $4x - 2 < -2$                 d.  $-6x > 12$

**2** Resuelve cada inecuación cuadrática. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

- a.  $x^2 - 6x + 8 \geq 0$           b.  $x^2 - 2x + 1 < 0$
- c.  $x^2 - 6x + 8 > 0$           d.  $x^2 + 4x + 3 \leq 0$

**3** Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto. Escribe la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

- a.  $|-3x + 4| < -1$           b.  $|-x + 5| > -2$
- c.  $\left|\frac{x^2 - 1}{2}\right| \geq 1$                 d.  $-\left|-\frac{6}{5}x - 1\right| \leq 2$

**5** Interpreta y resuelve la inecuación que resulta de cada enunciado. Luego expresa la solución como un intervalo.

- a. Tres veces un número  $x$ , restado de 18 es menor que  $-90$ .
- b. Doce veces un número  $x$  restado de 34 es mayor que 8.

**6** El cabello de Helena mide 4 cm de largo y crece a razón de 1,5 cm por mes. Helena quiere que su cabello crezca al menos 7 cm. ¿Cuántos meses debe esperar para que eso ocurra?

**7** Una banda musical realizó una gira por tres ciudades, y logró reunir al menos 120000 espectadores. En la primera ciudad la banda tuvo una audiencia de 45000 y de 33000 en la segunda. ¿Cuántas personas asistieron al concierto en la tercera ciudad?

**Evaluación del aprendizaje**

**i** Halla el conjunto solución de cada inecuación.

- ★ a.  $x - 3 < 8$                       b.  $3x + 5 \geq 11$
- c.  $3x^2 - 2x - 8 \leq 0$               d.  $4x^2 + 7x - 2 < 0$
- e.  $|6x + 9| > 15$                   f.  $|3x| > 21$

**ii** Una camioneta pesa 890 kg. La diferencia entre el peso de la camioneta vacía y el peso de la carga que transporta debe ser por lo menos de 410 kg. Si la camioneta debe cargar cuatro cajas iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada una para que las pueda transportar?

**Resolución de problemas**

**9** Se tienen dos astas de madera, la más larga mide 3 dm más que el doble de la más corta, que no excede los 20 dm. La medida de la tercera parte de la más larga menos la mitad de la más corta es mayor que 2 dm.

- a. Plantea la inecuación que representa la situación.
- b. ¿Cuál es el valor mínimo que puede medir el asta más corta?
- c. ¿Cuál es el valor máximo?

**14** A un estudiante le califican sus evaluaciones sobre 100 puntos. Si en seis evaluaciones ha obtenido 97, 98, 89, 80, 99 y 95, ¿cuál debe ser la nota mínima en su siguiente evaluación para obtener un promedio igual o superior a 93?

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

**“ASESORIA:** si tiene alguna duda o no entiende algo sobre esta guía, comuníquese con el número que aparece en la parte de arriba.