	INSTITUCIÓN EDUCATIVA "EL RECUERDO" Resolución de Aprobación de Carácter Oficial No. 0143 de 2017 en los niveles de Preescolar, Básica y Media Académica DANE. 123001800064 NIT. 901048820-9	Fecha

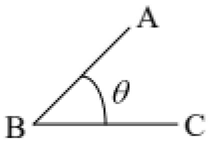
Guía de trabajo del área: Matemáticas – Guía 5	**Grado:** 11A
Nombre del docente: Rosa Cano **email:** rcanoieelrecuerdo@gmail.com **Celular:** 3105679770	

TEMAS Y/O SABER	DBA (APRENDIZAJES)
✓ **Definición de ángulo** ✓ **Clase de ángulo** ✓ **Medida de ángulos**	**DBA 6:** Modela objetos geométricos en diversos sistemas de coordenadas (cartesiano, polar, esférico) y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos.

*******Escribe el contenido de la guía en tu cuaderno*******

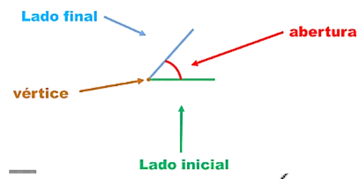
RECORDEMOS

Definición de un ángulo: En geometría, se define como el conjunto de puntos determinados por dos semirrectas, que tienen el mismo punto de partida. También se puede definir a un ángulo como dos segmentos finitos con un punto extremo común.

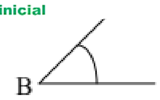


AB es una semirrecta
BC es una semirrecta
B es el punto de partida

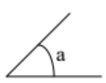
Elementos de un ángulo

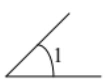


Modo de nombrar un ángulo: Un ángulo se designa en cualquiera de las siguientes formas:

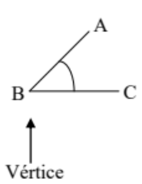


- Con la sola letra del vértice si hay únicamente un ángulo que tenga tal vértice. Por ejemplo B.
- Con una letra minúscula o un número que se coloca los lados del ángulo en las cercanías del vértice; por ejemplo, < a o < 1





- Por medio de 3 letras mayúsculas, las cuales la del vértice se halla en el centro y se nombra entre las otras dos, que se colocan sobre lados del ángulo.



B es donde esta el ángulo y siempre va al centro

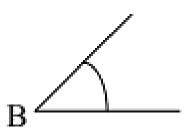
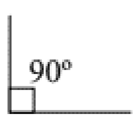
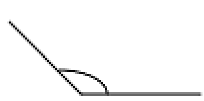
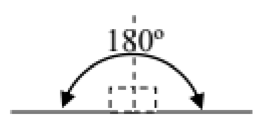
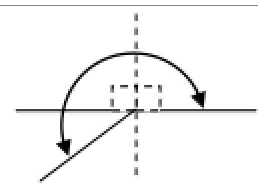
El ángulo de nombra asi:

< A B C

"ASESORIA: si tiene alguna duda o no entiende algo sobre esta guía, comuníquese con el número que aparece en la parte de arriba"

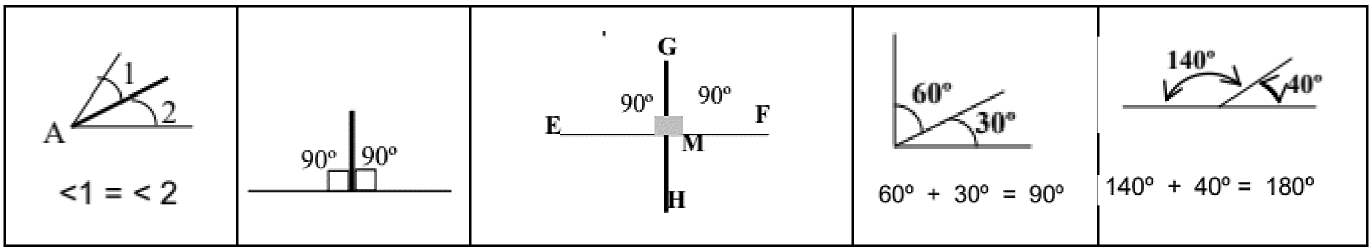
APRENDAMOS

Clases de ángulos según su medida:

Agudo	Recto	Obtuso	Llano	Ángulo cóncavo o entrante
Mide menos de 90°	Mide 90°	Es mayor que 90º pero menor de 180º	Mide 180°	Es mayor que 180º pero menor que 360º
				

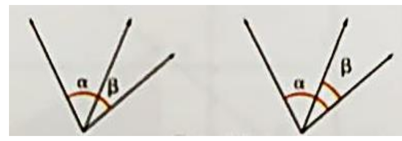
Otros asuntos sobre ángulos

Recta bisectriz	Recta perpendicular	Mediatriz	Ángulos complementarios	Ángulos suplementarios
Divide al ángulo en dos partes iguales	Corta a una recta y la divide en dos ángulos rectos.	Si una recta biseca (corta) a un segmento, y además, es perpendicular a él se llama mediatriz. Mediatriz es, la perpendicular a un segmento en su punto medio.	Son los que sumados dan 90º.	Son los ángulos que sumados dan 180º.



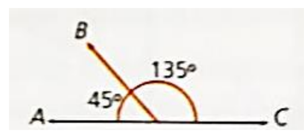
Los ángulos suplementarios también pueden ser:

Ángulos adyacentes: un par de ángulos son adyacentes cuando están en el mismo plano, tienen un vértice común, pero no tienen puntos interiores comunes.



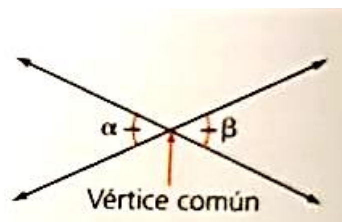
Ejemplo: en la figura se observan dos pares de ángulos, en ambos casos representados por ***α*** y ***β***. en el caso de la izquierda vemos que ***α*** y ***β*** son ángulos consecutivos que comparten un lado y el vértice, estos son ángulos adyacentes puesto que no tienen puntos comunes.
Por otro lado, en el ejemplo de la derecha vemos que el ángulo ***β*** está contenido en el ángulo ***α***, y por tanto como tienen puntos interiores comunes, son ángulos consecutivos pero no son adyacentes.

Ángulos adyacentes par lineal son aquellos que tienen el vértice y un rayo en común, al tiempo que sus otros dos lados son rayos opuestos. De allí resulta que los ángulos adyacentes par lineal sean a la vez adyacentes y suplementarios ya que al sumar sus medidas completan 180° sin poseer ningún punto interior en común.

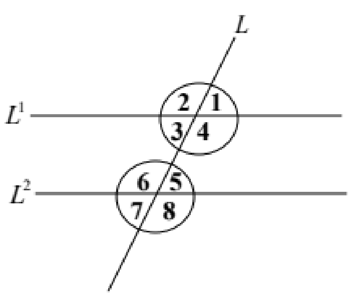


Ejemplo: Los ángulos de la figura son adyacentes par lineal porque comparten el vértice, un lado y porque 45° + 135° = 180°.

<u>**Ángulos congruentes**</u>: Dos ángulos son congruentes si tienen la misma medida.
Los ángulos ***α*** y ***β*** tiene el mismo vértice, y los lados de uno de ellos son rayos opuestos a los del otro (ver figura). Se dice que ***α*** y ***β*** son **ángulos opuestos por el vértice.**



Igualdad de ángulos entre paralelas: Observa los ángulos formados por rectas paralelas cortadas por una transversal.



L^1 y L^2 son // paralelas
L es trasversal

Tipos de ángulos formados

* Ángulos correspondientes entre paralelas son iguales.

1 = 5
2 = 6
3 = 7
4 = 8

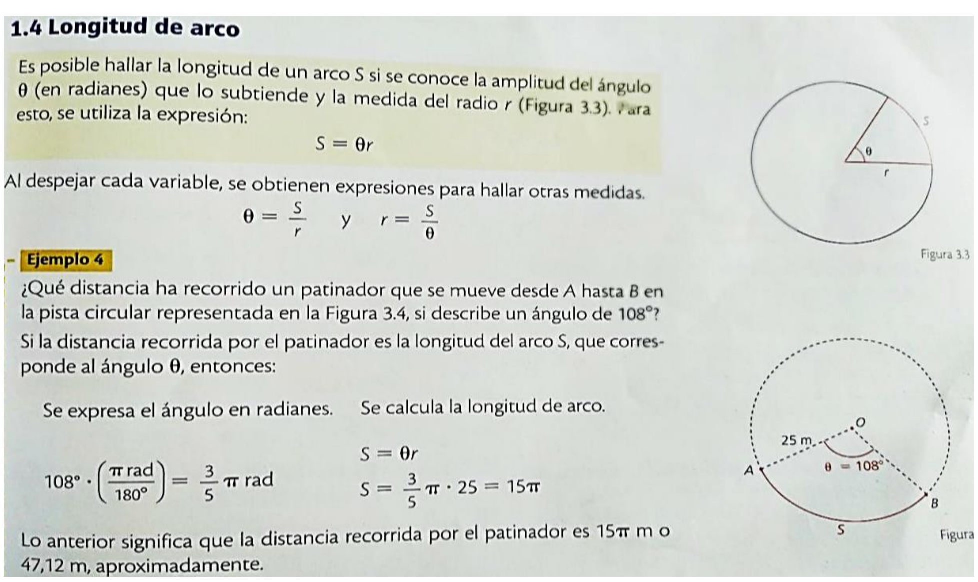
* Ángulos alternos entre paralelas son iguales.

1 = 7
2 = 8
3 = 5
4 = 6

***** Ángulos alternos opuestos por el vértice son iguales

1 = 3
2 = 4
6 = 8
5 = 7

MEDIDAS DE ÁNGULOS



1.4 Longitud de arco

Es posible hallar la longitud de un arco S si se conoce la amplitud del ángulo θ (en radianes) que lo subtiende y la medida del radio r (Figura 3.3). Para esto, se utiliza la expresión:

$$S = \theta r$$

Al despejar cada variable, se obtienen expresiones para hallar otras medidas.

$$\theta = \frac{S}{r} \quad \text{y} \quad r = \frac{S}{\theta}$$

Figura 3.3

Ejemplo 4

¿Qué distancia ha recorrido un patinador que se mueve desde A hasta B en la pista circular representada en la Figura 3.4, si describe un ángulo de 108°?
Si la distancia recorrida por el patinador es la longitud del arco S, que corresponde al ángulo θ, entonces:

Se expresa el ángulo en radianes.

$$108° \cdot \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180°}\right) = \frac{3}{5}\pi \text{ rad}$$

Se calcula la longitud de arco.

$$S = \theta r$$
$$S = \frac{3}{5}\pi \cdot 25 = 15\pi$$

Lo anterior significa que la distancia recorrida por el patinador es 15π m o 47,12 m, aproximadamente.

Figura

1.1 Sistema sexagesimal

La medida del ángulo de giro de la brújula está expresada de manera precisa en el sistema sexagesimal. En este sistema, un ángulo de rotación completo se divide en 360 ángulos iguales. Cada ángulo mide un **grado** (1°) sexagesimal. Para medir ángulos más pequeños se utilizan los **minutos** (′) y los **segundos** (″). Si 1° se divide en 60 ángulos iguales, cada uno de ellos equivale a 1′; y si 1′ se divide en 60 ángulos iguales, cada uno de ellos equivale a 1″. Así, la medida expresada es de 52 grados, 24 minutos y 18 segundos.

En el **sistema sexagesimal** se manejan las siguientes equivalencias.

$1° = \left(\frac{1}{360}\right)^{\circ}$ $\quad 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}$ $\quad 1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^{\circ}$ $\quad 1° = 60'$ $\quad 1' = 60''$

Ejemplo 1

La expresión decimal de la medida 52° 24′ 18″ se puede obtener como sigue.

$52°\ 24'\ 18''$

$= 52° + 24 \cdot \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ} + 18 \cdot \left(\frac{1}{3600}\right)^{\circ}$ ← Se multiplican los minutos por $\left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}$ y los segundos por $\left(\frac{1}{3600}\right)^{\circ}$.

1.2 Sistema cíclico

Si se toma cualquier circunferencia de radio r y se lleva esta longitud (r) sobre un arco de la misma (como se observa en la Figura 3.1) el ángulo central determinado por el arco y sus radios extremos mide **un radián**. Se simboliza como **1 rad**.

Ejemplo 2

Cuando el radio de la circunferencia es 1, la longitud de la circunferencia es 2π. Por lo anterior, la medida angular de una rotación completa es 2π rad. Observa la Figura 3.2.

1 rotación $= 2\pi$ rad $\quad \frac{1}{2}$ rotación $= \pi$ rad $\quad \frac{1}{4}$ de rotación $= \frac{\pi}{2}$ rad

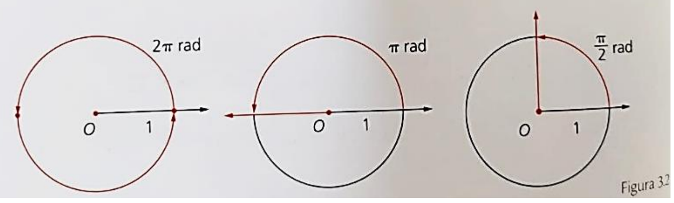


Figura 3.2

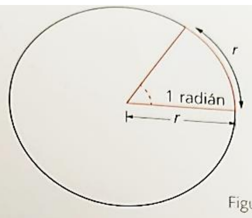


Figura 3.1

Un ángulo que gira en el sentido contrario al al movimiento de las agujas del reloj, se considera positivo, mientras que si lo hace en el sentido horario, se considera negativo. Así, un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ corresponde a $\frac{1}{4}$ de rotación en el sentido contrario a las manecillas del reloj y otro de $-\frac{\pi}{2}$ rota esa fracción pero en el sentido de las manecillas del reloj.

1.3 Relación entre grados sexagesimales y radianes

Como la medida angular de una rotación completa es de 360° o 2π radianes, la relación entre grados y radianes está dada por la proporción:

$$\frac{360°}{2\pi \text{ rad}} = \frac{180°}{\pi \text{ rad}}$$

Para expresar grados en radianes se multiplica por $\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180°}\right)$.

Para expresar radianes en grados se multiplica por $\left(\frac{180°}{\pi \text{ rad}}\right)$.

Ejemplo 3

Para expresar 135° en radianes, se multiplica por $\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180°}\right)$.

$$135° \cdot \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180°}\right) = \frac{135° \cdot \pi \text{ rad}}{180°} = \frac{3}{4}\pi \text{ rad}$$

Es decir, $135° = \frac{3}{4}\pi$ rad.

PRACTIQUEMOS Responde y envía tus respuestas al correo electrónico:

1 Observa la Figura 3.12 y contesta las preguntas.

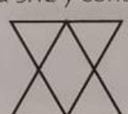


Figura 3.12

a. ¿Cuántos ángulos obtusos internos hay?

b. ¿Cuántos ángulos agudos internos hay?

3 Completa la Tabla 3.2 según la información dada.

Medida del ángulo	Medida del ángulo complementario	Medida del ángulo suplementario
64°		
	12°	
89°		
51°		
	36°	

4 Calcula la medida de los ángulos α, β y δ de la Figura 3.17.

Figura 3.17

6 Analiza y responde. En el reloj análogo de la abuela son las 3:00 p. m. ¿Cuál es la medida del ángulo que describen las manecillas en ese instante?

5 Calcula el valor de α en las Figuras 3.18 a 3.21.

a.

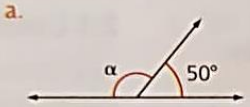


Figura 3.18

b.

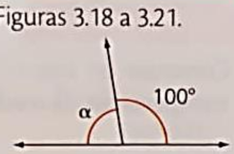


Figura 3.19

c.

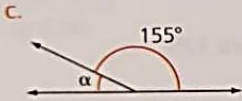


Figura 3.20

d.

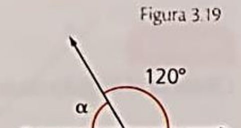


Figura 3.21

Comunicación

1 Completa la Tabla 3.14.

Grados	Radianes	Rotaciones
80°		
	π	
		$\frac{2}{8}$
95°		
	$\frac{\pi}{12}$	
150°		