

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA “EL RECUERDO” Resolución de Aprobación de Carácter Oficial No. 0143 de 2017 en los niveles de Preescolar, Básica y Media Académica DANE. 123001800064 NIT. 901048820-9	Fecha
--	---	-------

Guía de trabajo del área: Matemáticas – Guía 6	Grado: 11A
Nombre del docente: Rosa Cano	email: rcanoieelrecuerdo@gmail.com Celular: 3105679770

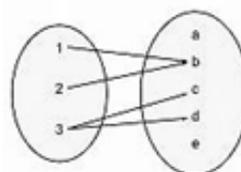
TEMAS Y/O SABER	DBA (APRENDIZAJES)
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Relación ✓ Constantes y Variables ✓ Función ✓ Dominio y recorrido de una función 	DBA 2: Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen con inecuaciones.

****Escribe el contenido de la guía en tu cuaderno****



Recuerdos

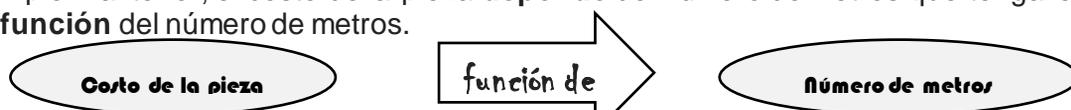
Relación: La relación matemática, se trata de la correspondencia que existe entre dos conjuntos: a cada elemento del primer conjunto le corresponde al menos un elemento del segundo conjunto. Cuando a cada elemento de un conjunto le corresponde solo uno del otro, se habla de función. Esto quiere decir que las funciones matemáticas siempre son, a su vez, relaciones matemáticas, pero que las relaciones no siempre son funciones.



Constantes y variables: Ejemplo: Si un automóvil desarrolla una velocidad de 6m por segundo, él espacio que recorra dependerá del tiempo que esté andando. Si anda durante 2 segundos, recorrerá un espacio de 12m; si anda durante 3 segundos, recorrerá un espacio de 18 m. aquí, la velocidad 6m es constante y el tiempo y el espacio recorrido, que toman sucesivos valores, son variables. ¿De qué dependerá en este caso el espacio recorrido? Del tiempo que ha estado andando el automóvil. El tiempo es la variable independiente y el espacio recorrido la variable dependiente.



En el ejemplo 1 anterior, el costo de la pieza **depende** del número de metros que tenga: el costo de la pieza es **función** del número de metros.



En el ejemplo 2 el espacio recorrido **depende** del tiempo que haya estado andando el automóvil; el espacio recorrido es **función** del tiempo.



FUNCIÓN:

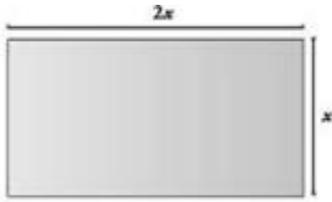
Se dice que **y** es función de **x** cuando a cada valor de la variable **x** corresponden uno o varios valores determinados de la variable **y**. Dicho de otro modo, una **función** es una relación o correspondencia entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la primera **x** le corresponde un único valor de la segunda **y** (o ninguno), que llamamos imagen. A la **función** se le suele designar por **f** y a la imagen por **f(x)**, siendo **x** la variable independiente. La notación para expresar que **y** es función de **x** es: $y = f(x)$, y se dice que **y** es la imagen de **x** bajo **f**.

Representación de funciones: Una función se puede representar mediante la expresión verbal, la expresión algebraica, la tabla de valores o la representación gráfica.

- **Expresión verbal** es la descripción de una función por medio de palabras. Es decir, mediante una oración o una frase se explica cómo una variable depende de otra.
- **Expresión algebraica** es la fórmula o ecuación mediante la cual se expresa una función. La conforman las constantes. La variable dependiente y la independiente, y se utiliza la ecuación $y = f(x)$.
- **Tabla de valores** es un arreglo de dos filas o dos columnas, en donde se escriben los valores de la variable independiente en la primera fila o columna, y sus respectivas imágenes en la segunda.
- **Representación gráfica** es la representación en el plano cartesiano de los pares ordenados o grafo de la función.

Ejemplo 1:

Realizar la representación en la tabla de valores, expresión algebraica y la gráfica de la función que describe el área de un rectángulo cuyo largo es el doble de su ancho.



Primero, se identifican la variable dependiente y la variable independiente. Para este caso, el área del rectángulo es la variable dependiente, ya que ella se obtiene al dar un valor determinado al ancho del rectángulo, es decir, el área “está en función del ancho”.

Luego, si se asigna al ancho del rectángulo la variable x , entonces, el área del rectángulo es igual a dos veces el cuadrado del ancho.

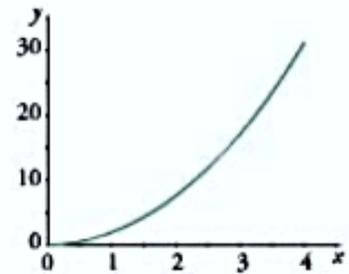
Por tanto, la expresión algebraica de la función es: $A(x) = 2x^2$

X	0	1	2	3	4
(x)	0	2	8	18	32

En la tabla de valores, se proponen valores positivos, ya que una longitud siempre es positiva.

Para facilitar las operaciones se han tomado valores enteros pero se puede tomar cualquier número real positivo.

Finalmente, se ubican las parejas ordenadas en el plano cartesiano como se muestra en la gráfica.



Ejemplo 2:

La relación $f(x) = x^2 - x + 1$ es una función que está expresada mediante su expresión analítica.

Para trazar su gráfica, puede construirse una tabla de valores.

x	f(x)
-3	13
-2	7
-1	3
0	1
1	1
2	3

Tabla 2.1

$$f(-3) = (-3)^2 - (-3) + 1 = 9 + 3 + 1 = 13$$

$$f(-2) = (-2)^2 - (-2) + 1 = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$f(-1) = (-1)^2 - (-1) + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$f(0) = 0^2 - 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$$

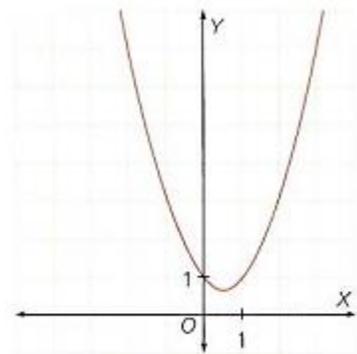
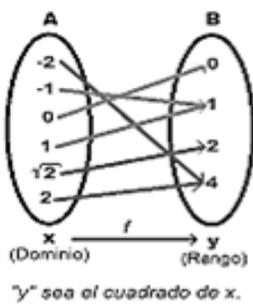


Figura 2.2

Al representar las parejas ordenadas $(-3, 13)$, $(-2, 7)$, $(-1, 3)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ y $(2, 3)$ y unirlos mediante un trazo, se obtiene la representación gráfica de la función $f(x)$. (Figura 2.2).

Determinación del dominio de una función:

Recordemos que el **dominio** de una función corresponde todos los valores que puede tomar la variable independiente (x), y se denota $D(f)$.



También recuerda que en una función $f: A \rightarrow B$, A es el dominio y B es el recorrido. Tome un tiempo y analiza el ejemplo presentado en la figura, el dominio de la función corresponde a todos los elementos del conjunto A, estos son los valores que podría tomar la variable x .

El **Rango** (también conocido como imagen o recorrido), de una función f , corresponde al conjunto de los valores que puede tomar la variable dependiente y , se denota $R(f)$.

Por otro lado, el Rango, recorrido o imagen son todos aquellos valores que hacen parte del conjunto B, ¿notaste que estos corresponden a elevar cada valor del conjunto A al cuadrado?, esto sucede porque en este ejemplo estamos analizando la función $y = x^2$, y por tanto cada valor de x lo elevaremos al cuadrado para conocer el valor de y .

No todas las funciones se pueden evaluar para cualquier valor real, cada función tiene un dominio y un recorrido distintos, pero tenemos algunas reglas generales:

- El dominio y la imagen de una función polinómica (es decir de tipo $f(x) = ax + b$), es el conjunto de los reales (R). Ejemplo: $f(x) = x^2 + 3x$, como f puede evaluarse para cualquier número real $D(f) = R$ (todos los reales).
- El dominio de una función racional es el conjunto de los reales excepto los números que hacen que el denominador sea igual a cero. Ejemplo: $h(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 2}$ la función h no se puede evaluar en los valores de x que anulan al denominador. Por tanto, $D(h) = R - \{2\}$.

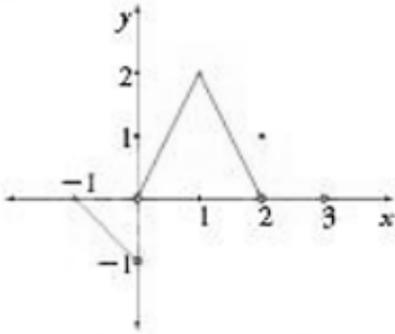
- El dominio de una raíz de orden par ($\sqrt[2]{a}$), es el conjunto de los reales que hacen su radicando (es decir a), no negativo. El recorrido es un subconjunto de los reales no negativos. Es decir que al dominio de una función radical par, hacen parte aquellos números reales para los que el radicando a es positivo. Ejemplo: $g(x)=2 + \sqrt{x-3}$, la función g solo se puede evaluar para valores de x tales que $x-3 \geq 0$. Luego, $D(g) = [3, +\infty)$.

Determinación del rango de una función: En algunas funciones de valor real, para determinar el dominio y el rango de la función, se buscan las restricciones que tienen las variables x y y al ser despejadas en la ecuación de la función.

A partir de la gráfica de la función, se puede obtener el dominio y el rango de la función.

Comprende los siguientes ejercicios resueltos:

Ejemplo 1: Determinar el dominio y el rango de la función dada en la gráfica.



Como el dominio de la función son los valores del eje x que tienen imagen, entonces el dominio de la función f es:

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 3\}$$

Se puede observar que 0 y 2 tienen como imagen a 1, así que también pertenecen al dominio de la función.

Para determinar el rango de la función, se identifican los valores que toma la variable dependiente sobre el eje y y Por tanto, se tiene que:

$$R(f) = \{y \in \mathbb{R} : -1 < y \leq 2\}$$

Ejemplo 2: Determinar El dominio y el rango de la función $f(x) = \sqrt{x}$

Teniendo en cuenta que en los números reales las raíces pares de números negativos no están definidas, los valores que puede tomar la variable independiente x son todos los números reales positivos o iguales a cero. Así, $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$

Para determinar el rango de una función es necesario analizar los valores que toma la función. Así, en este caso se tiene que $R(f) = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}$

Ejemplo 3: Hallar El dominio y el rango de la función $g = \{(1, -2), (2, -1), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$

El dominio de la función es el conjunto formado por las primeras componentes de las parejas ordenadas y el rango el conjunto formado por las segundas componentes.

Por tanto,

$$D(f) = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{y} \quad R(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$



“ASESORIA: si tiene alguna duda o no entiende algo sobre esta guía, comuníquese con el número que aparece en la parte de arriba”

Puedes apoyarte en el siguiente video para comprender los conceptos:

Concepto y ejemplos de función: <https://www.youtube.com/watch?v=LI7xfe3HoZE>

Dominio y rango de una función: <https://www.youtube.com/watch?v=H40lcwlgPMk>

Practiquemos

Responde y envía tus respuestas al correo electrónico:

Modelación

1 Escribe la expresión analítica de las funciones definidas en los siguientes enunciados.

- A cada número real se le asigna el triple de su cuadrado menos el doble de su cubo.
- A cada número natural se le asocia la raíz cuadrada negativa de la suma de su cuadrado con él mismo.

2 Dibuja la gráfica de estas funciones. Elabora una tabla de valores en cada caso.

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = 5x - 1$
- $f(x) = |x + 1| + |x - 1|$

3 Indica el dominio y el recorrido de las funciones representadas en las figuras 2.3 y 2.4.

a.

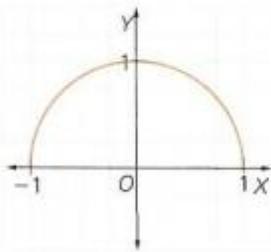


Figura 2.3

b.

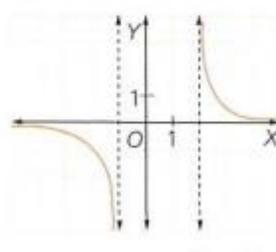


Figura 2.4

2 Determina el dominio y recorrido de cada función.

- $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$
- $f(x) = \frac{3x - 1}{(x - 2)}$
- $f(x) = x^2 - x - 6$
- $f(x) = \frac{(x - 1)}{x^2 - x}$

3 Representa gráficamente la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{si } x < 0 \\ x^2 + x, & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ x^3, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Evaluación del aprendizaje

✓ Se quiere construir un rectángulo de 12 m^2 de área. El área depende de las medidas que tengan la base x y la altura, y . Por ejemplo si la base es 6 cm, la altura será 2 cm.

- Completa la tabla que da la medida de la altura y , para distintos valores de x .

Base x	1	1,5	2	3	4	5	6
Altura y	12	8					

Tabla 2.2

- Ubica cada par de puntos y construye la gráfica correspondiente.
- Determina la expresión analítica de esta función, su dominio y recorrido.

1 Determina el dominio y el recorrido de la siguiente función representada en la Figura 2.64.

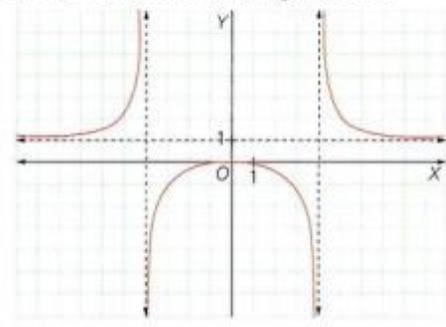


Figura 2.64

Ejercitación

1 Selecciona las relaciones que corresponden a funciones y para aquellas que lo sean halla su dominio y su recorrido.

SELECCIÓN MÚLTIPLE

- 1 → 3
 - 2 → 6
 - 3 → 9
 - 4 → 12

- 0 → 5
 - 3 → 6
 - 4 → 7
 - 9 → 10

- 1 → 3
 - 2 → 6
 - 3 → 9
 - 4 → 12

- 1 → 3
 - 2 → 6
 - 3 → 9
 - 4