Guía N°7. Estadística, Grado 8°

Docente: Amaury Camargo Benítez, email: acamargoieelrecuerdo@gmail.com

En esta oportunidad haremos un estudio básico sobre técnicas de conteo.

TÉCNICAS DE CONTEO

Las técnicas de conteo también conocida como análisis combinatorio; permite determinar el número posible de resultados lógicos que cabe esperar al realizar algún experimento o evento sin necesidad de enumerarlos todos.

Si el número de posibles resultados de un experimento es pequeño, es relativamente fácil listar y contar todos los posibles resultados. Al tirar un dado, por ejemplo, hay seis posibles resultados.

Si, sin embargo, hay un gran número de posibles resultados tales como el número de niños y niñas por familias con cinco hijos, sería tedioso listar y contar todas las posibilidades. Las posibilidades serían, 5 niños, 4 niños y 1 niña, 3 niños y 2 niñas, 2 niños y 3 niñas, etc. Algunas técnicas de conteo son:

El análisis combinatorio contempla varios casos:

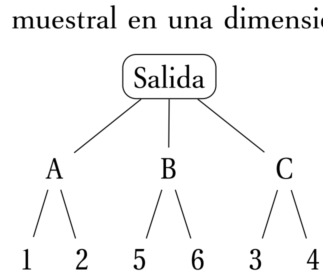
- Diagramas de árbol
- Principio multiplicativo
- Principio aditivo
- Combinaciones
- Permutaciones

Definición. 1 (**Diagrama de árbol...**).

Es una herramienta gráfica usada para enumerar todas las posibilidades lógicas de una secuencia de datos que ocurren de una forma finita de maneras.

El árbol está formado por puntos o nodos que representan instantes en el tiempo o lugares en el espacio y por líneas o ramas que representan las posibles acciones que puedan tomarse; los nodos y las ramas siempre están unidos.

El diagrama de árbol conforma el espacio muestral en una dimensión de un evento.



Ejemplo de diagrama de árbol.

Definición. 2 (**Experimento...**).

- Los experimentos (o fenómenos) aleatorios son aquellos en los que no se puede predecir el resultado.
- Si se puede predecir el resultado, es un experimento determinista.

Ejemplos...

- Lanzar una moneda es un experimento **aleatorio** ya que no sabemos si obtendremos cara o cruz.

- Calentar agua a altas temperaturas es un experimento **determinista** ya que sabemos, con toda seguridad, que el agua hervirá a partir de determinada temperatura.
- Lanzar un dado es un experimento **aleatorio** ya que no podemos predecir el número que obtendremos.
- Extraer una bola de una urna que sólo contiene bolas rojas es un experimento **determinista** ya que podemos predecir que la bola extraída será roja.

Definición. 3 (**Espacio muestral...**).

El espacio **muestral** asociado a un experimento **aleatorio** está compuesto por todos los posibles resultados de dicho experimento.

Denotaremos el espacio muestral de un experimento con E o Ω.

Ejemplos...

1. El espacio muestral del lanzamiento de una moneda es
   a) E = { c a r a , c r u z } ya que éstas son las dos únicas posibilidades.
2. El espacio muestral del lanzamiento de un dado es
   a) E = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 }
   b) pero también puede ser E = { p a r , i m p a r }

Definición. 4 (**Factorial de un número...**).

El factorial de un número entero positivo n, o el factorial de n, o n factorial, que se simboliza $n!$, se define en principio como el producto de todos los números enteros positivos desde 1 (es decir, los números naturales) hasta n.

La forma de definir el factorial es la siguiente:

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3...$

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n = n \cdot (n-1)!$

Definición. 5 (**Principio de multiplicación...**).

Si un evento «A» se puede realizar de «m» formas diferentes y luego se puede realizar otro evento «B» de «n» formas diferentes, el número total de formas en que pueden ocurrir «A» y «B» es igual a $m \cdot n$. Es decir, ambos eventos se realizan, primero uno y luego el otro. El «y» indica multiplicación.

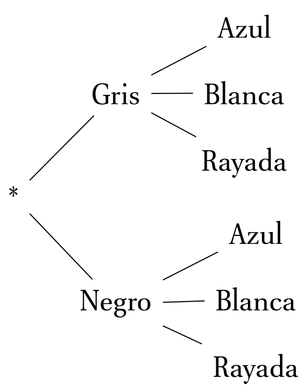
Ejemplo 1.

Para ir a una reunión el señor Luis cuenta con un pantalón Gris y otro Negro; con tres camisas: Blanca, Azul y Rayada.¿ De cuántas maneras distintas se puede vestir, utilizando estas prendas, si todas las prendas combinan bien?

Solución.

De acuerdo con el principio de la multiplicación, el señor Luis puede lograr $(2 \cdot 3) = 6$ combinaciones (dos pantalones por tres camisas)

✇ Usemos un diagrama de árbol para que nos ayude a visualizar esas posibilidades.



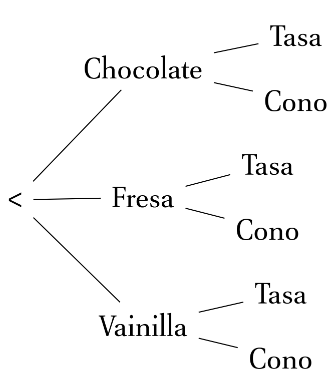
1. Gris - Azul
2. Gris - Blanca
3. Gris - Rayada
4. Negro - Azul
5. Negro - Blanca
6. Negro - Rayada

Ejemplo 2.

El helado puede venir en cono o una tasa y los sabores son : chocolate, fresa y vainilla ¿Cuáles son las maneras de servir cada helado?

Solución.

✇ Usemos un diagrama de árbol para que nos ayude a visualizar las posibilidades.



1. Chocolate - Tasa
2. Chocolate - Cono
3. Fresa - Tasa
4. Fresa - Cono
5. Vainilla - Tasa
6. Vainilla - Cono

Ejemplo 3.

Calcular cuántos números enteros diferentes de tres dígitos se pueden formar con los dígitos $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ si los dígitos no pueden repetirse.

Solución.

Se trata de un número de tres dígitos

Centena	Decena	Unidad
1 de 7	1 de 6	1 de 5

Necesitamos un dígito para las centenas que puede ser cualquiera de los siete dígitos dados, después un dígito para las decenas que puede elegirse entre los seis dígitos restantes, finalmente el dígito de las unidades se elegirá de los cinco últimos dígitos.

Aplicando el Principio multiplicativo , tendremos:

$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ números distintos

- ¿Qué pasa si los dígitos pueden repetirse?

Solución.

Si los dígitos pueden repetirse, significa que en la casilla de las centenas puede ir cualquiera de los 7 dígitos; también en la casilla de las decenas puede ir cualquiera de los 7 dígitos (se pueden repetir) y por último en la casilla de las unidades también puede ir cualquiera de los 7 dígitos. De modo que se pueden obtener $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$ números

Definición. 6 (Principio de la adición...).

Si un evento «A» se puede realizar de «m» maneras diferentes, y otro evento «B» se puede realizar de «n» maneras diferentes, además, si ocurre uno no puede ocurrir el otro, entonces, el número de maneras en que puede ocurrir el evento «A» o el evento «B» es: $(m + n)$ formas. Es decir, aquí ocurre «A» o ocurre «B». El «o» indica suma.

Observación . *Un evento o suceso ocurre de una forma o de otra, más no de ambas formas a la vez (no sucede en simultáneo)*

Ejemplo 4.

Se desea cruzar un río, para ello se dispone de 3 botes, 2 lanchas y 4 planchones. ¿De cuántas formas se puede cruzar el río utilizando los medios de transporte señalados?

Solución.

Observe que sólo es necesaria una de las tantas opciones que tiene para cruzar el río, ninguna depende de la otra, es decir, tiene 3 opciones (en bote) más 2 opciones (en lancha) y 4 opciones (en planchón).

Tiene entonces: $3 + 2 + 4 = 9$ opciones para cruzar el río.

Definición. 7 (Permutaciones...).

Permutar es colocar elementos en distintas posiciones.

También, se llama permutaciones de «n» elementos en «r» posiciones a las distintas formas en que pueden ordenarse los «n» elementos ocupando únicamente las «r» posiciones. Siempre y cuando $n \geq r$.

Hay que tener en cuenta lo siguiente:

- **Sí** importa el orden, ya que el intercambio entre dos elementos distintos genera una nueva permutación.

- **No** se repiten los elementos, ya que de repetirse o ser iguales entre si, al intercambiarlos no se genera una nueva permutación

Para obtener el total de maneras en que se pueden colocar «n» elementos en «r» posiciones se utiliza la siguiente fórmula:

$$\mathbf{P(n,r)} = \frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{(n-r)!}}$$

Observación .

Si en dado caso, $n = r$; para calcular el total de permutaciones se utiliza la siguiente fórmula:

$$P_n = n!$$

Ejemplo 5.

Eduardo, Carlos y Sergio se han presentado a un concurso de pintura. El concurso otorga $2.000.000 al primer lugar y $1.000.000 al segundo. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios de primer y segundo lugar?

Solución.

En este caso, **si** importa el orden, ya que no es lo mismo quedar en primer lugar que en segundo, además, los premios son diferentes.

Por ejemplo, un arreglo o disposición, es que **Carlos** ocupe el primer lugar y **Sergio** el segundo. Otro arreglo, sería que **Sergio** ocupe el primer lugar y **Eduardo** el segundo. El número total de arreglos o formas lo calculamos con la fórmula:

$$\mathbf{P(n,r)} = \frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{(n-r)!}}$$
$$P(3,2) = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{1!} = \frac{6}{1} = 6 \text{ Formas}$$

Ejemplo 6.

Obtener el número de permutaciones de las cinco letra a, b, c, d, e tomadas de tres en tres.

Solución.

La fórmula a usar es $\mathbf{P(n,r)} = \frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{(n-r)!}}$

Sustituyendo valores

$$P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{1}}{\cancel{2}\cdot \cancel{1}} = 60$$

Ejemplo 7.

De cuántas maneras pueden sentarse cinco alumnos en un salón de clase que tiene ocho bancos individuales.

Solución.

Usamos la fórmula $\mathbf{P(n,r)} = \frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{(n-r)!}}$

Sustituyendo valores, $n = 8$, $r = 5$

$$P(8,5) = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!}$$
$$P(8,5) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 6720$$

. . . .

Actividades a presentar.

Los estudiantes presentarán resueltos los siguientes ejercicios

Pregunta 1. *Halla el valor de cada expresión:*

1. $P(15,3)$
2. P_5
3. $P(5,3) + P(7,3)$
4. $P(8,2) - P_3$
5. $P(6,4) \cdot P(4,2)$
6. $\frac{P(9,2)}{P_4}$

Pregunta 2.

a) ¿De cuántas formas distintas se pueden ordenar las letras de la palabra JUAN?

b) ¿Cuántas ordenaciones distintas empezarán por vocal?

Pregunta 3.

Cuatro libros de matemáticas, tres de física y dos de química han de ser colocados en una estantería

a) ¿Cuántas colocaciones distintas se pueden lograr si los libros de cada materia han de estar juntos?

Pregunta 4.

¿De cuántas formas pueden colocarse los 11 jugadores de un equipo de fútbol teniendo en cuenta que el portero no puede ocupar otra posición distinta que la portería?

Pregunta 5.

Se tienen 15 bolas numeradas y se desea conocer

a) ¿Cuántos grupos distintos de 3 bolas se pueden construir con las 15 bolas numeradas?

Dónde consultar...

El estudiante podrá ampliar la información de la guía en el texto guía (Libro del estudiante).

Docente: Amaury Camargo Benítez, email: acamargoieelrecuerdo@gmail.com

En esta oportunidad haremos un estudio básico sobre técnicas de conteo.

TÉCNICAS DE CONTEO II

Las técnicas de conteo también conocida como análisis combinatorio; permite determinar el número posible de resultados lógicos que cabe esperar al realizar algún experimento o evento sin necesidad de enumerarlos todos.

Si el número de posibles resultados de un experimento es pequeño, es relativamente fácil listar y contar todos los posibles resultados. Al tirar un dado, por ejemplo, hay seis posibles resultados.

Si, sin embargo, hay un gran número de posibles resultados tales como el número de niños y niñas por familias con cinco hijos, sería tedioso listar y contar todas las posibilidades. Las posibilidades serían, 5 niños, 4 niños y 1 niña, 3 niños y 2 niñas, 2 niños y 3 niñas, etc. Algunas técnicas de conteo son:

En la sección anterior, estudiamos los conceptos de :

- ✶ Diagramas de árbol
- ✶ Principio multiplicativo
- ✶ Principio aditivo
- ✶ Permutaciones

Estudiamos ahora el concepto de **combinación.**

Antes...

Definición 1 (**Factorial de un número...**).

El factorial de un número entero positivo n, o el factorial de n, o n factorial, que se simboliza $n!$, se define en principio como el producto de todos los números enteros positivos desde 1 (es decir, los números naturales) hasta n.

La forma de definir el factorial es la siguiente:

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3...$

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n \cdot (n-1)!$

- ✶ Su utilidad estriba en que se utiliza en la mayoría de las fórmulas de la COMBINATORIA

Definición 2 (**Combinaciones...**).

Una combinaciones es un conjunto o colección de objetos en un orden no especificado.

- ✶ El número de combinaciones de «n» objetos de «r» en «r» se asocia con el número de subconjuntos de r elementos que tiene un conjunto de n elementos.
- ✶ Las combinaciones son muy parecidas a las permutaciones, con la diferencia en que en los conjuntos que se forman no importa el orden de manera que: $abc = cba = bac$.

Ejemplo 1. *Si* $A = \{a, b, c, d\}$

¿Cuántas combinaciones de dos letras se pueden obtener?

Esto equivale a preguntarse ¿Cuántos subconjuntos de dos elementos tiene el conjunto A?

Solución.

La respuesta es: $\{a, b\}$,$\{a, c\}$, $\{a, d\}$,$\{b, c\}$, $\{b, d\}$,$\{c, d\}$

Seis es el número de combinaciones de dos letras que podemos conseguir con las cuatro letras dadas.

Para indicar el número de combinaciones de «n» objetos tomados de r en $r$se usa la fórmula:

$$\boxed{C\left(n, r\right) = \begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}, \quad r \leq n}$$

Ejemplo 2.

Consideremos de nuevo el conjunto: $A = \{a, b, c, d\}$

Veamos entonces la diferencia, formando permutaciones y combinaciones de tres elementos.

Permutaciones:	Combinaciones:
abc, acb, bac, bca, cab, cba abd, adb, bad, bda, dab, dba acd, adc, cad, cda, dac, dca bcd, bdc, cbd, cdb, dbc, dcb	abc, abd, acd, bcd

Observación. *La diferencia entre una* ***permutación*** *y una* ***combinación*** *es que en la permutación el interés se centra en contar todas las posibles selecciones y todos los posibles arreglos entre éstas, mientras la* ***combinación*** *el interés es contar las selecciones diferentes. Por cada combinación hay* $r!$ *permutaciones.*

Ejemplo 3.

¿Cuántas ternas para candidatura de director pueden formarse de un grupo de 15 maestros?

Solución.

Se pide el número de combinaciones de 15 elementos tomados de tres en tres.

Usamos la fórmula

$$C\left(n, r\right) = \begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}, \quad n = 15, \ \ r = 3$$

$$C\left(15, 3\right) = \frac{15!}{(15-3)! \cdot 3!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \cancel{12!}}{\cancel{12!} \cdot 3!}$$

$$C\left(15, 3\right) = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455, \quad \text{grupos.}$$

Ejemplo 4.

Javier, Gonzalo, Manuel, Pamela y Paola se han postulado a la directiva de su curso, pero solo 3 de ellos pueden quedar, ¿cuántas directivas posibles hay?.

Solución.

En éste caso se trata de formar combinaciones entre los postulantes, pues si por ejemplo se elije a Javier, Gonzalo y Paola es lo mismo que se elija a Paola, Gonzalo y a Javier, lo que corresponde a una combinación de 3 elementos de un total de 5, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
C(n,r) &= \frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}, \quad n=5, \quad r=3 \\
C(5,3) &= \frac{5!}{3!\cdot(5-3)!} = \frac{5\cdot 4\cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}\cdot 2!} \\
C(5,3) &= \frac{5\cdot 4}{2} = 10 \quad \text{posibles directivas distintas}
\end{aligned}$$

Ejemplo 5.

En una clase de 10 alumnos van a distribuirse 3 premios. Averiguar de cuántos modos puede hacerse si:

1. Los premios son diferentes.
2. Los premios son iguales.

Solución.

✶ Si suponemos una misma persona **NO** puede recibir más de un premio, luego los alumnos **NO** se pueden repetir:

Caso 1.

Los premios son diferentes (no es lo mismo ganar el primer premio que el segundo) **importa el orden**, entonces se trata de una permutación donde

$$\begin{aligned}
P(n,r) &= \frac{n!}{(n-r)!}, \quad n=10, \quad r=3 \\
P(10,3) &= \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!}} \\
P(10,3) &= \frac{10\cdot 9\cdot 8}{1} = 720 \text{ manera de distribuir los premios si estos son diferentes;}
\end{aligned}$$

Caso 2.

Si los premios son iguales, no importa el orden, son indistinguibles. Se trata de una combinación.

$$\begin{aligned}
C(n,r) &= \frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}, \quad n=10, \quad r=3\\
C(n,r) &= \frac{10!}{(10-3)!\cdot 3!} = \frac{10!}{7!\cdot 3!}\\
C(n,r) &= \frac{10!}{7!\cdot 3!}\\
C(n,r) &= \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120 \text{ maneras de distribuir los premios si estos son iguales.}
\end{aligned}$$

Ejemplo 6.

Un chef va a preparar una ensalada de verduras con tomate, zanahoria, papa y brócoli. ¿De cuántas formas se puede preparar la ensalada usando solo 2 ingredientes?

Solución.

En este caso, no importa el orden en que se tomen los ingredientes para la ensalada, pues da igual si es una ensalada de tomate con zanahoria, que una ensalada de zanahoria con tomate, ya que al final, el chef mezclará los dos ingredientes.

Un arreglo podría ser zanahoria y tomate, otro arreglo podría ser tomate y papa, otro arreglo podría ser papa y brócoli. El problema nos indica que solo se pueden usar 2 ingredientes en la ensalada. El número total de arreglos o formas lo calculamos con la fórmula:

$$\begin{aligned}
C(n,r) &= \frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}, \quad n=4, \quad r=2\\
C(4,2) &= \frac{4!}{2!\cdot(4-2)!} = \frac{4\cdot 3\cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}\cdot 2!}\\
C(4,2) &= \frac{12}{2} = 6, \quad \text{formas diferentes}
\end{aligned}$$

Ejemplo 7.

Se va a programar un torneo de ajedrez para los 10 integrantes de un club. ¿Cuántos partidos se deben programar si cada integrante jugará con cada uno de los demás sin partidos de revancha?

Solución.

En este torneo se van a realizar partidas de ajedrez en cada una de las cuales participan 2 jugadores. Por ello, necesitamos ordenamientos de 2 en 2, es decir, $r = 2$. Además, en estos ordenamientos participarán los 10 jugadores, por eso, $n = 10$.

En este caso, no importa el orden, ya que solo necesitamos agrupar los jugadores, es igual que juegue Jorge contra Carlos, que Carlos contra Jorge. Además, no hay partido de revancha, es una sola partida con cada contrincante.

$$\begin{aligned}
C(n,r) &= \frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}, \quad n=10, \quad r=2\\
C(10,2) &= \frac{10!}{2!\cdot(10-2)!} = \frac{10\cdot 9\cdot \cancel{8!}}{2!\cdot \cancel{8!}}\\
C(10,2) &= \frac{10\cdot 9}{2} = 45, \quad \text{partidos}
\end{aligned}$$

Actividades a presentar.

Los estudiantes presentarán resueltos los siguientes ejercicios

Pregunta 1. *Halla el valor de cada expresión:*

1. $C(15,3)$
2. C_5
3. $C(5,3)+C(7,3)$
4. $C(8,2)-C_3$
5. $C(6,4)\cdot C(4,2)$
6. $\frac{C(9,2)}{C_4}$

Pregunta 2.

¿De cuántas formas pueden mezclarse los siete colores del arco iris tomándolos de tres en tres?

Pregunta 3.

A una reunión asisten 10 personas y se intercambian saludos entre todos.

¿Cuántos saludos se han intercambiado?

Pregunta 4.

a) ¿Cuántas diagonales tiene un pentágono?

b) ¿Cuántos triángulos se pueden formar con sus vértices?

Pregunta 5.

Una persona tiene cinco monedas de distintos valores.

¿Cuántas sumas diferentes de dinero puede formar con las cinco monedas?

. . . .

Dónde consultar...

1. En el texto guía (Libro del estudiante).

https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/02/matematicas-8-vamos-a-aprender1.pdf

Docente: Amaury Camargo Benítez, email: acamargoieelrecuerdo@gmail.com

Espacios muestrales y Probabilidad

La Probabilidad es la mayor o menor posibilidad de que ocurra un determinado suceso. En otras palabras, su noción viene de la necesidad de medir o determinar cuantitativamente la certeza o duda de que un suceso dado ocurra o no.

Definición 1 (**Experimento**). *Un experimento es una prueba que consiste en provocar un fenómeno en unas condiciones determinadas con el fin de analizar sus efectos o de verificar una hipótesis o un principio científico.*

- ☒ Los fenómenos o experimentos aleatorios son los que al repetirlos en idénticas condiciones, pueden dar lugar a varios resultados diferentes, sin que pueda ser previsible enunciar con certeza cuál de estos se va a obtener en la realización del experimento. Como lanzar una moneda, sacar una carta de la baraja, ganar la lotería, sacar una bola de una urna, etc. Es decir, en un experimento aleatorio se puede asegurar el resultado que ocurrirá, aunque sí se tiene una completa idea acerca de todos los resultados posibles del experimento cuando éste es ejecutado
- ☒ Cuando en un determinado experimento **sí** se puede predecir el resultado, el experimento se llama determinista.

Ejemplos.

- ☒ Lanzar una moneda es un experimento **aleatorio** ya que no sabemos si obtendremos cara o cruz.
- ☒ Calentar agua a altas temperaturas es un experimento **determinista** ya que sabemos, con toda seguridad, que el agua hervirá a partir de determinada temperatura.
- ☒ Lanzar un dado es un experimento **aleatorio** ya que no podemos predecir el número que obtendremos.
- ☒ Extraer una bola de una urna que sólo contiene bolas rojas es un experimento **determinista** ya que podemos predecir que la bola extraída será roja.

Definición 2 (**Espacio muestral**). *El espacio* ***muestral*** *asociado a un experimento* ***aleatorio*** *está compuesto por todos los posibles resultados de dicho experimento. Se denota con E o S.*

Ejemplos.

1. El espacio muestral del lanzamiento de una moneda es
   a) E = { cara , sello } ya que éstas son las dos únicas posibilidades.

2. El espacio muestral del lanzamiento de un dado es

   a) E = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 }

   b) pero también puede ser E = {par , impar}

3. El experimento de lanzar dos monedas consecutivamente

   a) E = {(c,c), (c, s), (s, c), (s, s)}.

4. Experimento de contar el número de busetas que cruzan en una hora por el parque Simón Bolívar

   a) E = {0, 1, 2, · · · }.

Definición 3 (Evento). *Un Evento es un resultado particular de un experimento aleatorio. En términos de conjuntos, un evento es un subconjunto del espacio muestral. Por lo general se le representa por las primeras letras del alfabeto. A, B, C, etc.*

Ejemplos.

1. El experimento de lanzar una moneda. El evento "la moneda cae sello": $A = \{s\}$.
2. El experimento de lanzar un dado. Nos puede interesar A ="la cara muestra un número impar" ó B="la cara muestra un numero divisible por 3". Por lo tanto, $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{3, 6\}$.
3. El experimento de observar el tiempo de vida de un aparato eléctrico: A ="dura más de un año pero menos de 2", B ="al menos un año". Entonces, $A = \{1, 2\}$ y $B = \{1, \infty\}$.
4. El experimento de lanzar dos monedas consecutivamente. Puede ser de interés, A ="al menos una cara en los dos lanzamientos" ó B ="dos caras". Luego, A = {(c, c), (c, s), (s, c)} y B = {(c, a)}.

Definición 4 (Evento nulo). *Se llama evento nulo a aquél que no tiene elementos. Se representa por ϕ.*

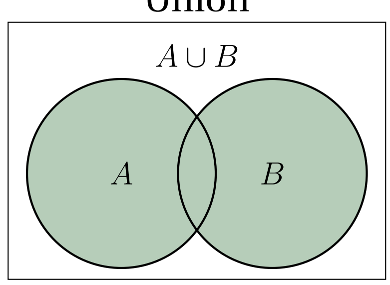
Definición 5 (Evento seguro). *Se llama evento seguro al espacio muestral, ya que este que puede ser considerado como un evento.*

Relaciones entre eventos

Definición 6 (Unión de eventos).

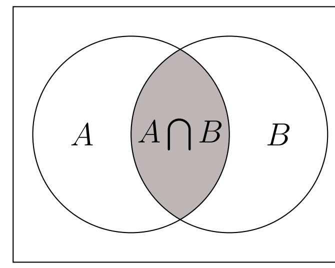
Dados dos eventos A y B de un mismo espacio muestral, su unión se representa por $A \bigcup B$ y es el evento que contiene los elementos que están en A o en B, o en ambos. El evento ocurre si al menos uno de los dos eventos ocurre.

Unión



Definición 7 (**Intersección de eventos**).

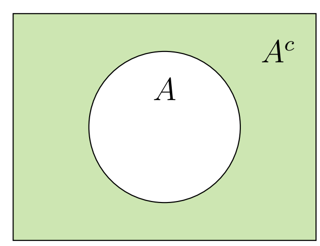
Dados dos eventos A y B de un mismo espacio muestral su intersección se representa por $A \bigcap B$ y es el evento que contiene los elementos que están en A y B al mismo tiempo. El evento ocurre cuando los eventos ocurren simultáneamente.



Intersección

Definición 8 (**Evento Complemento**).

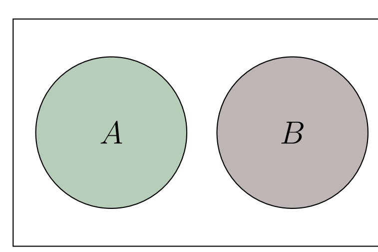
El complemento de un evento A se representa por $\overline{A}$ o A' o A^c y es el evento que contiene todos los elementos que no están en A. El evento $\overline{A}$ ocurre si A no ocurre.



Complemento

Definición 9 (**Eventos Disjuntos**).

Dos eventos A y B son **disjuntos o mutuamente excluyentes** si entre ellos no hay elementos comunes. Así, si un evento ocurre, el otro no puede ocurrir.



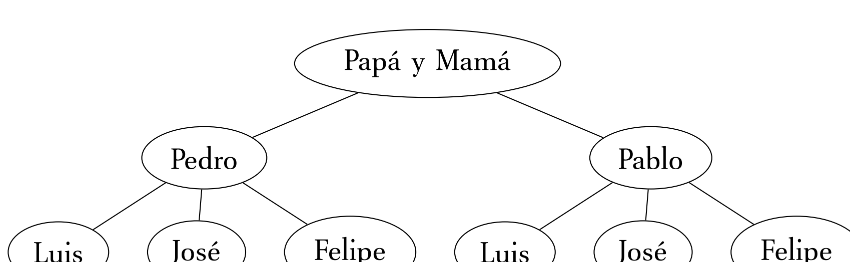
Disjuntos

Ejercicios 1. *Hallar el espacio muestral de cada uno de los siguientes experimentos:*

El papá de un bebé próximo a nacer quiere que su hijo se llame Luis, José o Felipe. La mamá por su parte, pretende que se llame Pedro o Pablo. Para que ambos queden felices deciden combinar los nombres propuestos, considerando que primero irá el de la mamá y, luego, el del papá. ¿Cuál es el espacio muestral para escoger en nombre del bebé?.

Solución.

Hacemos uso de un diagrama de árbol para mirar las posibles combinaciones del nombre completo.



Con base en el diagrama vemos que $E = \{$Pablo Luis, Pablo José, Pablo Felipe, Pedro Luis, Pedro José, Pedro Felipe$\}$

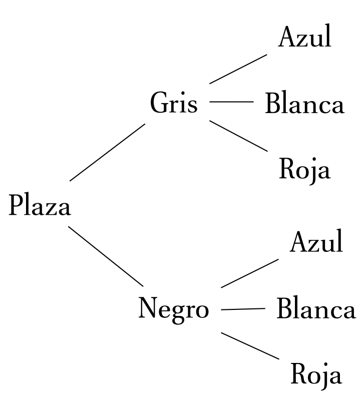
Ejercicios 2.

Para ir a una entrevista el señor Plaza cuenta con un pantalón Gris y otro Negro; con tres camisas: Blanca, Azul y Roja.

¿ Cuál es el espacio muestral de las distintas combinaciones que puede lograr el señor Plaza para ir a la entrevista?

Solución.

☒ Usemos un diagrama de árbol para que nos ayude a visualizar esas posibilidades.



$$E = \left\{ \begin{array}{cc} \text{Gris-Azul,} & \text{Negro-Azul} \\ \text{Gris-Blanca,} & \text{Negro-Blanca} \\ \text{Gris-Roja,} & \text{Negro-Roja} \end{array} \right\}$$

Ejercicios 3.

Una bolsa tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Extraemos una bola.

1. ¿Cuál es el espacio muestral?
2. Dados los sucesos $A =$"obtener numero primo" y $B =$"obtener múltiplo de 3", describe los sucesos,

   a) A
   b) B
   c) A^c
   d) B^c
   e) $A \cap B$
   f) $A \cup B$
   g) $A \cup A^c$
   h) $A \cap A^c$

Solución.

1.) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$; Espacio muestral

2.$a)$ $A = \{2, 3, 5, 7\}$; Números primos que están e E.

2.$b)$ $B = \{3, 6, 9\}$; Múltiplos de tres que están en E.

2.$c)$ $A^c = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$; Elementos que le faltan a A para ser igual a E.

2.$d)$ $B^c = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$; Elementos que le faltan a B para ser igual a E.

2.e) $A \cap B = \{3\}$; Elemento común entre A y B

2.f) $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$; Elementos de A más los elementos de B.

2.g) $A \cup A^c = E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$; Elementos de A más los de su complemento

2.h) $A \cap A^c = \emptyset$; No hay elementos comunes entre un conjunto y su complemento (Disjuntos)

....

Actividades a presentar.

Los estudiantes presentarán resueltos los siguientes ejercicios

Pregunta 1. *Al lanzar un dado al aire, describir los siguientes eventos.*

a) *Evento A: que salga número par.*

b) *Evento B: que sea mayor que 3.*

c) *Evento:* $A \bigcup B$

d) *Evento:* $A \bigcap B$

e) *Evento:* $A^c \bigcup B^c$

Pregunta 2. *Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios. (¿Justifique?)*

a) Número de personas que suben a un autobús en una parada.

b) Aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo.

c) Conocer el ganador de la Liga de Campeones.

d) Calcular la raíz cuadrada de un número.

Pregunta 3. *Se lanza un dado normal. Indica cada uno de los siguientes sucesos.*

a) Sacar un múltiplo de 3.

b) Sacar un número menor que 4.

c) Sacar un 0.

d) Sacar un número primo mayor que 3.

e) Sacar un número menor que 7.

Pregunta 4. *Un experimento consiste en lanzar sucesivamente una moneda y un dado normal. Escriba los resultados posibles que tiene este experimento. Utiliza un diagrama de árbol para orientarte.*

Pregunta 5. *Sonia tiene 2 pantalones de deporte (negro y azul), 4 camisetas (blanca, roja, azul y negra) y 3 pares de zapatos(altos, planos y deportivos). Describa las distintas combinaciones que puede lograr para vestirse. Utiliza un diagrama de árbol para orientarte.*

Nota. *Las orientaciones pertinentes sobre ésta guía las dará el docente por medio del grupo, de igual manera orientará a los estudiantes dónde consultar sobre el tema tratado.*